ACADÉMIE DES SCIENCES

SÉANCE DU LUNDI 26 FEVRIER 1923.

PRÉSIDENCE DE M. ALBIN HALLER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce le décès de M. E. **Ariès**, Correspondant pour la Section de Mécanique.

MÉCANIQUE ET ÉLECTROMAGNÉTIQUE. — *Sur le calcul des oscillations forcées d'un groupe électrogène (ou d'un appareil analogue) tournant à une vitesse moyenne constante, mais* soumis à des variations périodiques du couple moteur *en même temps qu'à un effort résistant élastique variable avec l'angle d'écart.* Note de M. **André Blondel** [1]. (Extrait.)

Les équations de départ sont les mêmes que celles utilisées pour l'étude du régime libre [2], sauf qu'on doit rajouter à la seconde le terme harmonique provenant de l'irrégularité du couple mécanique. Écrivons ces équations pour l'harmonique n du couple imposé dont j'appelle ε la vitesse de pulsation :

$$(1) \qquad \mathrm{G}\frac{d^2\mathrm{W}_n}{dt^2} + \mathrm{A}\frac{d\mathrm{W}_n}{dt} + \mathrm{W} \pm \mathrm{F} + \mathrm{N}\,d\frac{\theta_n}{dt} = 0,$$

$$(2) \qquad -\mathrm{Q}\left(\mathrm{W}_n\cos\Phi_n - \frac{1}{\varepsilon}\frac{d\mathrm{W}_n}{dt}\sin\Phi_n\right) + \frac{\omega}{p}\mathrm{K}\frac{d^2\mathrm{W}_n}{dt^2} + \mathcal{B}(\mathrm{P}) = \frac{\omega}{p}\mathrm{L}_n\sin(\varepsilon t + \eta_n).$$

Premier cas : *Régulateur dénué de frottement fixe* F. — Désignons par W_n

---

[1] Extrait d'une Note contenue dans un pli cacheté reçu dans la séance du 28 avril 1919, inscrit sous le n° 8646, et ouvert dans la séance du 12 février 1923.

[2] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 439.

et Θ_n les amplitudes des variables sinusoïdales w_n et θ_n respectivement. L'équation (1) devient en notation complexe (en posant $j = \sqrt{-1}$)

$$(3) \qquad W_n = -j\varepsilon \frac{N\Theta_n}{-\varepsilon^2 G + j\varepsilon A + 1},$$

$$(4) \qquad W_n = -j\varepsilon \frac{N\Theta_n}{\sqrt{(1-\varepsilon^2 G)^2 + \varepsilon^2 A^2}} (\cos\Psi_n - j\sin\Psi_n)$$

avec

$$(5) \qquad \operatorname{tang}\Psi_n = \frac{\varepsilon A}{1-\varepsilon^2 G}.$$

D'après (4), le retard de l'ouverture de la valve W_n sur les oscillations Θ_n est représenté par l'angle $\left(\frac{\pi}{2} + \Psi_n\right)$.

L'équation (2) s'écrit sous forme vectorielle [K_1, b_1 et c_1 ayant les significations indiquées dans une Note précédente ([1])]

$$(6) \quad -Q W_n[\cos\Phi_n - j\sin\Phi_n] + \Theta_n[-\varepsilon^2 K_1 + j\varepsilon b_1 + c_1] = \frac{\omega}{p}\Gamma_n(\cos\eta_n + j\sin\eta_n),$$

d'où, en éliminant w_n avec (3),

$$(7) \quad \Theta_n\left[-Q_1 \frac{j\varepsilon(\cos\Phi_n - j\sin\Phi_n)}{-\varepsilon^2 G + 1 + j\varepsilon A} - \varepsilon^2 K_1 + j\varepsilon b_1 + c_1\right] = \omega\Gamma_n(\cos\eta_n + j\sin\eta_n)$$

ou

$$(8) \qquad \Theta_n = \frac{\omega}{p}\frac{\Gamma_n}{\overline{\Delta}} \cos\eta_n + j\sin\eta_n)$$

avec

$$(9) \qquad \overline{\Delta} = -Q_1 \frac{j\varepsilon(\cos\Phi_n - j\sin\Phi_n)}{-\varepsilon^2 G + 1 + j\varepsilon A} - \varepsilon^2 K_1 + j\varepsilon b_1 + c_1.$$

Les trois derniers termes du second membre reproduisent, sous une écriture différente, le dénominateur vectoriel de la précédente Note ([1]) quand il n'y a pas de compoundage et pas de circuits amortisseurs ([2]). L'influence du régulateur se traduit donc par l'introduction d'un *nouveau vecteur* $\overline{\Delta}_r$

$$(10) \qquad \overline{\Delta}_r = j\frac{Q_1\varepsilon}{\sqrt{(1-\varepsilon^2 G)^2 + \varepsilon^2 A^2}}[\cos(\Psi_n + \Phi_n) - j\sin(\Psi_n + \Phi_n)].$$

([1]) Cf. A. Blondel, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 376.

([2]) Si l'on tenait compte de l'effet de compoundage et de celui des circuits amortisseurs, l'expression $\mathfrak{D}(P)$ serait du quatrième degré en ε au lieu du second, comme on la vu précédemment.

Pour la représentation graphique (*fig.* 1), reprenons les axes du diagramme des *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 380 : l'axe horizontal et réel OH est celui des puissances élastiques proportionnelles à l'écart θ ; l'axe vertical,

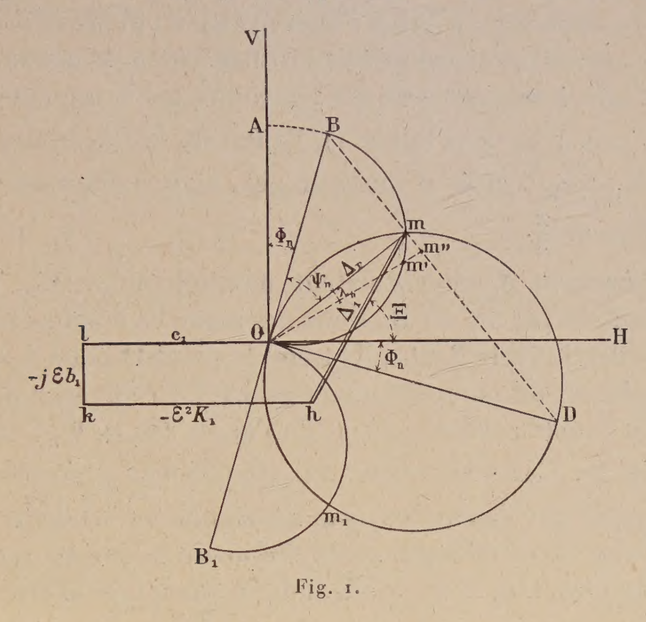


Fig. 1.

imaginaire, OV, est celui des puissances amortissantes, proportionnelles à ε. A partir de l'origine O portons successivement (en sens inverse, pour faciliter ensuite l'addition des vecteurs) :

$$Ol = -c_1, \qquad lk = -j\varepsilon b_1, \qquad kh = +\varepsilon^2 K_1.$$

L'ancien dénominateur est représenté par hO. Pour construire $\overline{\Delta}_r$ défini par (7), prenons $OA = j\dfrac{Q_1\varepsilon}{1-\varepsilon^2 G}$ sur l'axe OV. Le multiplicateur vectoriel $(\cos\Phi_n - j\sin\Phi_n)$ donne OB d'amplitude égale à OA et faisant l'angle Φ_n en retard. Traçons sur OB comme diamètre le demi-cercle BmO, et menons Om faisant l'angle Ψ_n avec OB. On a $Om = \overline{\Delta}_r$, et hm est égal au dénominateur résultant $\overline{\Delta}$.

Le vecteur $\overline{\Delta}_r$ peut se construire également à partir de (10) en prenant alors comme diamètre du cercle $OD = \dfrac{Q_1}{A}$, ce diamètre faisant l'angle Φ_n avec l'axe réel OH. La première construction permet de discuter l'influence de A, la seconde celle de la fréquence propre du régulateur.

1° Sur le diagramme construit pour l'harmonique $n^{\text{ième}}$ du couple pertur-

bateur $\Sigma\Gamma_n \sin n\Omega t$, la vitesse de pulsation $\varepsilon = n\Omega$; l'angle Φ_n caractérisant le *retard à la distribution* doit être pris égal à n fois Φ_1 (retard pour l'harmonique fondamental). Il peut être grand pour des harmoniques élevés et pourrait même dépasser 2π; mais l'effet des harmoniques d'ordre supérieur au quatrième ne sont pas à considérer ordinairement. D'une façon générale, Φ_n ajoute son effet à celui du retard Ψ_n introduit par le régulateur lui-même. Quand $\varepsilon^2 K_1 > c_1$ (cas de la figure 1), l'angle Φ_n fait décroître $\overline{\Delta}$; quand au contraire $\varepsilon^2 K_1 < c_1$, $\overline{\Delta}$ croît d'abord un peu, mais il diminue ensuite quand $(\Phi_n + \Psi_n)$ dépasse $\frac{\pi}{2}$.

2° L'*amortissement* A du régulateur modifie l'angle Ψ_n. Pour $A = 0$, $\Psi_n = 0$, et le point m est en B. Pour des amortissements croissants, m se déplace sur le demi-cercle BmO; il atteint le point O pour $A = \infty$, cas pour lequel le régulateur est naturellement sans effet. L'influence de l'amortissement est donc double : accroissement de l'angle $(\Phi_n + \Psi_n)$, diminution de l'amplitude de $\overline{\Delta}_r$. Ces deux effets, qui contribuent généralement à diminuer $\overline{\Delta}$, indiquent que l'amortissemeut du régulateur est défavorable.

3° Pour rechercher l'influence de la *fréquence propre* du régulateur, utilisons le cercle Om_1 Dm, dont le diamètre a l'avantage d'être indépendant de cette fréquence. Quand cette fréquence est élevée vis-à-vis de $\frac{\varepsilon}{2\pi}$, m se trouve à l'intersection de deux demi-cercles: OmD et OmB, avec $OB \approx \frac{\varepsilon Q_1}{I}$. A mesure qu'elle décroît, m se déplace sur OmD vers D, point qui est atteint à la résonance. Enfin, si le régulateur était à fréquence propre inférieure à la fréquence des oscillations $\frac{\varepsilon}{2\pi}$, m viendrait sur le demi-cercle inférieur Dm_1O et atteindrait finalement le point O pour un régulateur de fréquence propre nulle. On voit qu'il faut se tenir généralement au-dessus de la fréquence de résonance pour rendre $\overline{\Delta}$ maximum. D'ailleurs, la stabilité pour les oscillations libres exige que l'amortissement résultant reste positif, ce qui peut ne plus être réalisé pour la région du point m_1.

Deuxième cas : *Régulateur présentant un frottement fixe* F. — Considérons une oscillation sinusoïdale correspondant à l'harmonique fondamental seul. Au décrément logarithmique résultant $\delta' = \delta + \delta_F$ que nous avions obtenu pour les oscillations libres, on peut faire correspondre l'amortissement A'

$$A' = A + \frac{\tau_r}{\pi^2}\delta_F \tag{13}$$

(le degré d'amortissement α étant proportionnel en première approximation au décrément logarithmique α, c'est-à-dire $\approx \frac{\delta}{\pi}$).

Les développements précédents subsistent donc à la seule condition de

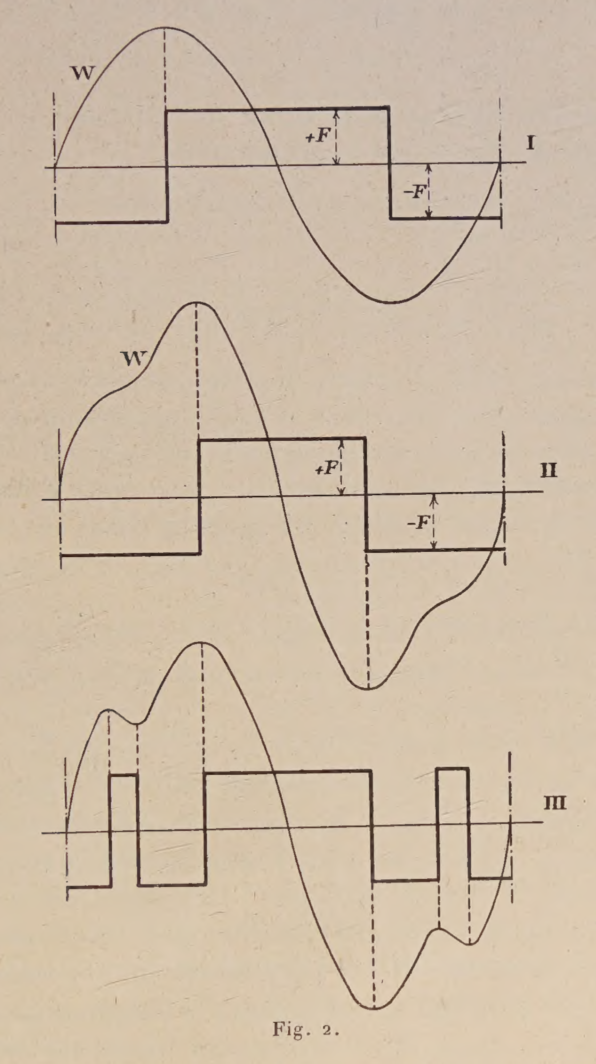


Fig. 2.

remplacer partout A par A'. Le demi-cercle BmO du diagramme n'est pas à modifier, et le point m viendrait en m'; l'angle Ψ_1 (harmonique fondamental $n = 1$) prend la valeur plus grande Ψ'_1, définie encore par (5) où l'on remplace A par A'.

On peut aussi représenter le frottement (*fig.* 2, I) par une onde périodique

rectangulaire d'amplitude F, de vitesse de pulsation $\varepsilon = \Omega$, et décalée d'un quart de période en avance sur la position de la valve, comme le montre la figure 1. Développons cette onde en série de Fourier :

$$(14)\quad \sum \frac{4}{\pi}\frac{F}{n}\sin n\left(\varepsilon t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{4}{\pi}F\cos\varepsilon t - \frac{4}{3\pi}F\cos 3\varepsilon t + \frac{4}{5\pi}F\cos 5\varepsilon t - \ldots$$
$$= F_1\cos\varepsilon t - F_3\cos 3\varepsilon t + F_5\cos 5\varepsilon t - \ldots$$

et conservons seulement le premier terme de cette série ($n = 1$). L'équation (1) de départ devient en notation complexe

$$(15)\quad W_1[-\varepsilon^2 G + 1 + j\varepsilon A'] = -j\varepsilon N\Theta_1$$

avec

$$A' = A + \frac{F_1}{\varepsilon W_1}.$$

L'effet du frottement fixe F revient donc également à remplacer A par A' dans la théorie développée plus haut et dans l'expression de Ψ_n. Graphiquement, il faudra remplacer le vecteur mO, qui représente l'amplitude W_1 à une échelle convenable, par un nouveau vecteur $m'O$ faisant avec le précédent un angle λ_n. Cette construction peut se faire par approximation successive, en menant d'abord mm'' perpendiculaire à Om en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur mO et qui représente F_1 à la même échelle que W_1 ; c'est-à-dire que l'on fera $mm'' = \frac{F_1}{W_1}\overline{Om}$. Alors $m''O$ nous donnera $W_1\left(1 + j\frac{F_1}{W_1}\right)$. Puis on rectifiera en faisant $mm'' = \frac{F_1}{W_1}Om'$ et ainsi de suite sur le nouvel Om' obtenu, jusqu'à ce que le point m' obtenu reste sensiblement invariable. Finalement, le nouveau vecteur $\overline{\Delta}_r$ sera représenté par Om', puisqu'en vertu de la relation (7) le frottement fixe ne modifie pas le diamètre du demi-cercle BmO.

Quand l'oscillation de W n'est plus sinusoïdale, deux cas sont à considérer suivant que la courbe $W = f(t)$ présente ou non des maxima et des minima autres que ceux qui correspondent à l'harmonique fondamental. Dans le premier cas (*fig.* 2, II), le frottement fixe se traduit par une onde rectangulaire qui change de signe après chaque maximum et chaque minimum. Dans le second cas (III), l'onde rectangulaire représentant F a la vitesse de pulsation de l'harmonique fondamental de w. Dans ces deux cas, on devrait développer F en série de Fourier et introduire, dans le diagramme établi pour l'harmonique de pulsation $\varepsilon = n\Omega$ du couple imposé,

l'harmonique de même pulsation déduit de ce développement, en tenant compte également du décalage de phase de ces deux harmoniques.

La question devient alors trop compliquée pour être d'un intérêt pratique.

Remarque I. — Le diagramme donne rapidement la valeur algébrique de Δ, et l'angle Ξ d'avance de $\overline{\Delta}$ sur l'angle des puissances élastiques, en projetant sur les deux axes :

$$(16)\quad \Delta^2 = (c_1 - \varepsilon^2 K_1)^2 + \varepsilon^2 b_1^2 + 2\frac{Q_1\varepsilon}{1-\varepsilon^2 G}\cos\Psi_n \times [(c_1 - \varepsilon^2 K_1)\sin(\Phi_n + \Psi_n) - \varepsilon b_1 \cos(\Phi_n + \Psi_n)] + \frac{Q_1^2\varepsilon^2}{(1-\varepsilon^2 G)^2}\cos^2\Phi_n,$$

$$(17)\quad \tang\Xi = \frac{(1-\varepsilon^2 G)\varepsilon b_1 + Q_1\varepsilon\cos\Psi_n\cos(\Phi_n+\Psi_n)}{(1-\varepsilon^2 G)(c_1 - \varepsilon^2 K_1) + Q_1\varepsilon\cos\Psi_n\sin(\Phi_n+\Psi_n)}.$$

La discussion algébrique de ces deux relations serait très compliquée et beaucoup moins claire que celle que donne le diagramme.

M. H. Andoyer s'exprime ainsi :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie le tome premier de mon *Cours de Mécanique céleste;* cet ouvrage est le développement des leçons que je consacre chaque année, pendant un semestre, depuis 1912, à l'enseignement de la Mécanique céleste. M'adressant aux astronomes praticiens, et plus précisément encore aux astronomes calculateurs, j'ai tenté d'exposer de la façon la plus simple, mais en même temps la plus complète, les solutions *pratiques* que donne l'Astronomie aux problèmes *réels* de la Mécanique céleste; et je me suis attaché presque exclusivement à développer, d'une façon systématique, les méthodes qui conduisent aux calculs les plus simples et les plus sûrs, prenant constamment soin de les éclairer par des applications à des problèmes concrets.

L'objet principal du présent volume est l'étude complète du mouvement képlérien, comprenant le problème de la détermination des orbites et le calcul numérique des perturbations; on y trouvera aussi le commencement de la théorie des planètes, c'est-à-dire le développement analytique de la fonction perturbatrice.

M. Adrien Blanchet, Membre de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, fait hommage d'une brochure intitulée : *Contribution à l'Histoire de l'Anatomie (Dissection, Vivisection).*

M. H. Le Chatelier fait hommage d'une brochure contenant un discours de M. Maxime Laubeuf et un autre de M. Léon Guillet, *sur l'évolution scientifique de la métallurgie*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Géographie et Navigation, en remplacement de M. *L. Favé*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 59,

M. Louis Gentil	obtient	23	suffrages
M. Jean Tilho	»	15	»
M. Eugène Fichot	»	11	»
M. Georges Perrier	»	9	»
M. Édouard Perrin	»	1	suffrage

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 59,

M. Louis Gentil	obtient	32	suffrages
M. Jean Tilho	»	22	»
M. Eugène Fichot	»	4	»
M. Georges Perrier	»	1	suffrage

M. Louis Gentil, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

Par la majorité absolue des suffrages, M. H. Deslandres, remplaçant M. *G. Lippmann*, décédé, et M. Th. Schlœsing, réélu, sont désignés pour représenter, concurremment avec MM. les Secrétaires perpétuels, l'Académie au sein de la *Commission de la Maison de l'Institut de France à Londres*.

PLIS CACHETÉS.

M. **André Blondel** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 21 octobre 1918 et inscrit sous le n° 8584.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, renferme une Note relative au *Calcul élémentaire du régime forcé dans la théorie de deux réactions quand on néglige les résistances de l'armature*.

Conformément à la demande de l'auteur, un extrait de cette Note sera inséré aux *Comptes rendus*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à élire quatorze de ses Membres qui doivent représenter au sein du *Conseil national de l'Office national des recherches scientifiques et industrielles et des inventions*.

M. **Driencourt** écrit à l'Académie qu'il retire la candidature qu'il avait posée à la place vacante dans la Section de Géographie et Navigation par suite de la mort de M. *L. Favé*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Critique des théories einsteinniennes. La relativité et la loi de l'attraction universelle*, par H. Duport.

2° *Une Carte de la vallée de Sales et du cirque des Fonts* (*Alpes calcaires du Faucigny*), *à l'échelle du* 20000e, avec une *Notice*, par M. Robert Perret. (Présenté par M. P. Termier.)

3° *The New Heavens*, by George Ellery Hale.

4° *Electrodynamic wave. Theory of physical forces*. Volume II : *New theory of the aether*, by T. J. J. See.

ARITHMÉTIQUE. — *Interprétation géométrique de la généralisation de l'algorithme des fractions continues donnée par Voronoï.* Note de M. **Boris Delaunay**, présentée par M. Hadamard.

Le grand Mémoire : *Sur une généralisation de l'algorithme des fractions continues*, publié en russe en 1896 par Voronoï, est un de ses plus beaux travaux, mais son exposition, purement arithmétique, ne faisait nullement soupçonner la vraie méthode qui lui sert de base. J'en ai trouvé une interprétation géométrique simple.

Je me bornerai ici au cas des cylindres. Soit donné un système d'axes rectangulaires x, y, z et un système O de points ω distribués régulièrement (Bravais) dans l'espace, dont l'un o coïncide avec l'origine des coordonnés et qui est, à cela près, irrationnel par rapport aux axes, c'est-à-dire qu'aucun des points O, autre que o, n'est situé sur les plans xy, xz, yz. Dans tout ce qui suit, il nous suffit d'envisager seulement les points de O situés au-dessus du plan des xy. Nous nommons un point ω du système *minimum relatif* si le cylindre droit de révolution autour de l'axe des z, ayant sa base inférieure sur le plan des xy et dont la circonférence de base supérieure passe par ω, n'a pas d'autres points situés ni en dedans ni sur la surface outre les points o et ω. Soit ω_0 un minimum; il y aura toujours une infinité de minima $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots$ dont les cylindres auront consécutivement le rayon de plus en plus grand et la hauteur de plus en plus petite; nous les nommerons les minima inférieurs par rapport à ω_0; nous nommerons contigus deux minima consécutifs ω_i et ω_{i+1}, qui n'ont pas de minimum intermédiaire. Il y aura de même une infinité de minima supérieurs à ω_0, mais nous n'allons pas les utiliser. Nous nommerons généralisation des fractions continues pour les cylindres, tout algorithme permettant de trouver tous les minima consécutifs dans O. La question analogue pour les rectangles dans le plan, représente l'algorithme des fractions continues simples.

Nous dirons que nous « transformons » le système O par $\omega(x, y, z)$ si nous faisons une dilatation du système envers le plan des xy avec le coefficient de dilatation $\frac{1}{z}$, une contraction envers l'axe z avec le coefficient $\sqrt{x^2+y^2}$ et si nous tournons le système autour de l'axe des z de arc tang $\left(\frac{y}{x}\right)$. Nous désignerons le nouveau système par $\frac{O}{\omega}$. En nommant 1 le point ayant pour coordonnées (1, 0, 1), nous voyons que le point ω se « transforme » en

point 1. Il est facile de voir que le système $\frac{O}{\omega}$ est aussi régulier et que ses minima relatifs sont les transformés de O. Si 1 n'était pas un point de O, nous pourrions prendre un point quelconque de O et, transformant par ce point, nous obtiendrions alors un système dans lequel 1 est un point du système. Nous ne nous occuperons que de tels systèmes.

Comme o et 1 sont deux points du système O, tous ses points peuvent être disposés sur des droites d parallèles à o1 dont les intersections avec le plan xy donnent un système S de points distribués régulièrement sur le plan xy, dont l'un des points est le point o et envers lequel les axes des x et des y sont irrationnels. Envisageons l'hexagone « réduit » de S ayant pour centre le point o, c'est-à-dire constitué par six triangles acutangles de S entourant o. Nommons o, $(1, 0)$ $(0, 1)$ les sommets de celui de ces six triangles qui enveloppe l'axe des x négatif et tous les autres points de S relativement (i, k). Désignons par $(\overline{i, k})$ le premier point de O au-dessus du plan xy sur la droite d passant par (i, k) (ces points auront $0 < z < 1$). Nous allons démontrer le théorème suivant : *Celui des sept points* $(\overline{1, 0})$, $(\overline{0, 1})$, $(\overline{1, -1})$, $(\overline{-1, 1})$, $(\overline{-1, 0})$, $(\overline{0, -1})$, $(\overline{1, 1})$ *qui est à la plus courte distance de l'axe des z est, si* (I) 1 *est un minimum relatif dans* O, *le minimum relatif dans* O *contigu à* 1 *inférieur, et si* (II) 1 *n'est pas minimum relatif dans* O, *un point de* O *situé dans le cylindre de* 1. Disons, pour cela, que le système S' est « approximativement » régulier à S, si tous les points de S' sont liés aux points de S biunivoquement, avec la condition que chaque point de S' se trouve sur le plan des xy dans un domaine σ lié au point correspondant de S, tous les domaines σ étant égaux et également situés chacun par rapport à son point de S. Soient ρ le rayon du plus petit cercle décrit d'un point de S comme centre et contenant tout le domaine σ correspondant et a le plus petit paramètre du système S, il est facile de démontrer que le point le plus près du point o de S appartient au $n^{\text{ième}}$ des hexagones réduits concentriques ayant leur centre en o, où $n \leqq \left(\frac{2\rho}{a} + 1\right)\sqrt{2}$. Désignons par $(\overline{\overline{i, k}})$ les projections orthogonales des points (i, k) sur le plan xy; ce système S' est approximativement régulier à S et $\rho = 1$.

Si 1 est un minimum relatif dans O, le plus petit paramètre de S est plus grand que $\frac{\sqrt{3}}{2}$ puisque le cylindre de 1 prolongé en bas symétriquement par rapport au plan des xy et tous les cylindres analogues ayant pour centres les points 0, 1, 2, 3, ... qui sont situés sur la droite d_0 passant par o ne contiennent pas de points de O; autres que ceux situés sur la droite d_0; ces

cylindres forment par leur ensemble un corps de longueur înfinie qui contient dans son intérieur le cylindre infini ayant pour directrice le cercle dans le plan des xy avec o comme centre et $\frac{\sqrt{3}}{2}$ pour rayon et dont les génératrices sont parallèles aux droites d; par suite, aucune droite d autre que d_0 ne peut avoir son point d'intersection avec le plan des xy en dedans du cercle de centre o et de rayon $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Nous en déduisons que $n \leqq 4$. Sur ces quatre hexagones il y a en tout 60 points de S, mais c'est seulement l'un des sept points en question qui peut être le plus près de tous de l'axe des z. Si (II) 1 n'est pas un minimum relatif dans O, alors on peut démontrer que le point en question sera dans le cylindre de 1. C. Q. F. D.

Le choix, pour chacun des trois couples de points

$$(\overline{1, 0})\,(\overline{1, 0});\ (\overline{0, 1})\,(\overline{0, -1});\ (\overline{-1, 1})\,(\overline{1, -1})$$

de celui qui est le plus près de l'axe Oz, peut être encore facilité.

Soit donc donné un système O'; (I) si 1 est minimum relatif dans O', nous trouvons par le théorème (c'est-à-dire au moyen de sept essais) le minimum ω'_1, nous transformons O' par ω'_1 soit $\frac{O'}{\omega'} = O''$; nous trouvons par le théorème, le minimum ω''_1 dans O'', nous transformons O'' par ω''_1 et ainsi de suite. Comme $\omega''_1 = \frac{\omega'_2}{\omega''_1}$; $\omega'''_1 = \frac{\omega''_2}{\omega''_1} = \frac{\omega''_2}{\omega'_1}$, ..., nous trouvons les minima consécutifs de O' par les formules

$$\omega'_2 = \omega'_1\,\omega''_1; \qquad \omega'_3 = \omega''_1\,\omega''_1\,\omega'''_1; \qquad \ldots;$$

(II) si 1 n'est pas un minimum dans O', alors nous trouvons par le théorème un point θ'_1 dans le cylindre 1; nous transformons par ce point et obtenons le système O''; nous trouvons par le théorème dans O'', le point θ''_1, etc. Ainsi, nous trouvons dans le système O' des points $\theta'_1, \theta'_2, \theta'_3, \ldots$ qui sont chacun situés dans le cylindre du précédent et tous dans le cylindre 1; mais comme dans la région commune à o et dans le cylindre 1, il n'y a qu'un nombre fini de points, il n'y aura *a fortiori* qu'un nombre fini de termes dans la série $\theta'_1, \theta'_2, \theta'_3, \ldots$, et nous arriverons enfin au cas (I), c'est-à-dire à un O^k dans lequel 1 est un minimum.

La discussion des systèmes consécutifs O^k est facilitée par la remarque que dans chaque O les points o, 1, ω_1 et ω_1^* (où ω_1 est celui des sept points qui est après ω_1 le plus près de l'axe des z) forment un tétraèdre fondamental.

ALGÈBRE. — *Expression des déterminants les plus généraux d'une matrice en fonction des sections.* Note de M. **Maurice Lecat.**

Étant donnée une matrice $M \equiv \| F(i_1, \ldots, i_n) \|_p$, d'ordre p et de classe n, définissons-en les *déterminants de genre g*, en langage géométrique et algébrique. Le genre est g si les éléments de chaque terme sont dans une couche à g dimensions, sans que le terme ait plus d'un élément dans une couche de classe $< g$; et le déterminant $\underset{g}{\Delta}(\tau_1, \ldots, \tau_\nu)$, de genre g et d'espèce ν (paire), à rangs signants $\tau_1, \ldots, \tau_\nu$, est la somme des déterminants, de mêmes ν et τ, et de genre g, des couches de classe g de M. Dans ces *déterminants partiels*, en nombre $\pi \equiv p^{n-g}\binom{n}{g}$, les rangs se comptent en omettant les *indices constants*.

Le déterminant partiel de classe g :

$$\Big| F\Big(h_1, \ldots, h_{\mu_1-1}, \overset{\cup}{\gamma_1}, h_{1+\mu_1}; \ldots; h_{-1+\mu_{\tau_1-1}}, \overset{\cup}{\gamma_{\tau_1-1}}, h_{1+\mu_{\tau_1-1}}, \ldots, h_{-1+\mu_{\tau_1}}, \overset{\cap}{\gamma_{\tau_1}}, h_{1+\mu_{\tau_1}}, \ldots, h_{-1+\mu_{1+\tau_1}}, \overset{\cup}{\gamma_{1+\tau_1}}, h_{1+\mu_{1+\tau_1}}; ; \ldots$$
$$\ldots; ; h_{-1+\mu_{\tau_\nu-1}}, \overset{\cup}{\gamma_{\tau_\nu-1}}, h_{1+\mu_{\tau_\nu-1}}, \ldots, h_{1+\mu_{\tau_\nu}}, \overset{\cap}{\gamma_{\tau_\nu}}, h_{1+\mu_{\tau_\nu}}, \ldots, h_{-1+\mu_{\tau_\nu+1}}, \overset{\cup}{\gamma_{\tau_\nu+1}}, h_{1+\mu_{\tau_\nu+1}}; \ldots; h_{-1+\mu_g}, \overset{\cup}{\gamma_g}, h_{1+\mu_g}, \ldots, h_n\Big)\Big|_{(\gamma=1,\ldots,p)}$$

dont la matrice est, dans M, orientée par les rangs μ des *indices variables* γ et située par les valeurs des $n - g$ indices constants h, s'exprime par

$$\delta \equiv \Delta_h^{(\mu_1,\ldots,\mu_g)}[\tau_1, \ldots, \tau_\nu] \equiv \frac{1}{p!} \sum_{\omega=1}^{p} \prod_{1}^{\nu}{}^{\mathrm{N}} (\pm\omega_{\tau_{\mathrm{N}}}) \prod_{1}^{g}{}^{\mathrm{G}} (\pm\omega_{\mathrm{G}})^2 \prod_{1}^{p}{}^{\alpha} F(h_1, \ldots, h_{\mu_1-1}, \omega_1^{(\alpha)}, h_{\mu_1+1}; \ldots; h_{-1+\mu_g}, \omega_g^{(\alpha)}, h_{1+\mu_g}, \ldots, h_n).$$

En donnant toutes leurs valeurs aux h et aux μ (avec $\mu_1 < \mu_2 < \ldots < \mu_g$), on obtient l'ensemble des π déterminants partiels, dont la somme

$$\sum_{h=1}^{p}{}' \sum_{\mu=1}{}'' \Delta_h^{(\mu_1,\ldots,\mu_g)}[\tau_1, \ldots, \tau_\nu],$$

Σ et Σ'' étant g^{uples} et Σ' d'ordre $n - g$, exprime $\underset{g}{\Delta}(\tau_1, \ldots, \tau_\nu)$.

Tout déterminant de genre g de M possède $\pi(p!)^{g-1}$ termes et, hors le cas spécial du *permanent* (*de genre g*), donné par $\nu = 0$, il y en a la moitié de positifs. L'espèce ν pouvant prendre, depuis 0, les valeurs paires $\leqq g$, une matrice M possède

$$\text{(N)} \qquad \sum_{g=1}^{n} \sum_{\psi=0}^{E[g:2]} \binom{g}{2\psi} = 2^n - 1$$

déterminants, dont 2^{g-1} de genre g et $\sum_{g=\nu}^{n}\binom{g}{\nu}$ d'espèce ν. Admettant $g=0$, (N) devient 2^n; mais alors la disposition des éléments dans M est arbitraire, $\underset{0}{\Delta}$ étant la somme de leurs puissances p.

Ayant défini les déterminants au sens le plus général, exprimons-les en fonction des *sections* [1]. Soit $(S)\equiv S_h^{(\mu_1,\ldots,\mu_g)}(\theta_1, \ldots, \theta_s)$ la *section partielle* somme de ceux des termes de δ, où les *arguments* $\theta_1, \ldots, \theta_s$ sont, par ordre de grandeur croissante, les rangs des γ à rangées négatives. Ces termes sont positifs dans (S). La *caractéristique* $(\theta_1, \ldots, \theta_s)$ dépend évidemment de l'ordre [arbitraire [2]] des éléments dans le terme; il y a 2^{g-1} caractéristiques distinctes et tout δ possède ainsi 2^{g-1} sections. L'une, somme des *termes permanents*, est la *section permanente*, $S_h^{(\mu_1,\ldots,\mu_g)}$, où s est nul. Il y a 2^{g-s-1} sections ayant s arguments déterminés. Chacune comporte $(p!:2)^{g-1}$ termes et comprend tous les éléments de δ, sauf si $p=2$, chaque section n'ayant alors qu'un terme.

Pour obtenir un système complet de caractéristiques distinctes, on peut, avec Tanner, faire usage d'un rang ordonnateur, le même pour tous les termes. Ou bien on opère ainsi :

a. g étant impair, on prend les combinaisons des classes $1, 2, \ldots, (g-1):2$ de $1, \ldots, g$;

b. Si g est pair, on retient celles des classes $1, 2, \ldots, (g:2)-1$ et l'on choisit une moitié des combinaisons de classe $(g:2)$, par exemple celles exemptes de certain chiffre arbitraire.

Si g est pair, la méthode de Tanner se justifie donc, du moins pour les sections à $(g:2)$ arguments; mais pour g impair, elle complique les notations et, on le verra, donne des formules moins symétriques.

Tout $\underset{g}{\Delta}$ comporte $\pi.2^{g-1}$ sections partielles, dont π permanentes. En sommant les (S) par rapport aux h et aux μ, on obtient les 2^{g-1} *sections totales*, $S(\theta_1, \ldots, \theta_s)$. En affectant chaque section de (-1) à une puissance égale au nombre des rangées négatives, on obtient, pour $\underset{g}{\Delta}(\tau_1, \ldots, \tau_\nu)$, les expres-

---

(1) Le mot est de H.-W. Lloyd Tanner, qui, dans ses « Notes on determinants of n dimensions » (*Proc. London Math. Soc.*, 1re série, t. 8, 1878-1879, p. 167-180, § 7), eut l'idée d'exprimer un déterminant par ses sections. Il ébauche la question, pour un cas très spécial. Nous sommes revenu sur le sujet, en 1910 et en 1914, mais sans le traiter d'une manière aussi générale et précise qu'ici.

(2) En vertu du théorème de Cramer-Bézout généralisé.

sions

$$\sum_{h=1}^{p}\sum_{\mu=1}^{n}(\pm_\mu)^2\left[S_h^{(\mu_1,\ldots,\mu_g)}+\sum_{s=1}^{E[g:2]}\sum_{\theta=1}^{g}(-1)^{\sum_{N=1}^{\nu}\sum_{\sigma=1}^{s}\delta_{\tau_N,\theta_\sigma}}S_h^{(\mu_1,\ldots,\mu_g)}(\theta_1,\ldots,\theta_s)\right],$$

$$(\nabla)\qquad S+\sum_{s=1}^{E[g:2]}\sum_{\theta=1}^{g}(-1)^{\sum_{N=1}^{\nu}\sum_{\sigma=1}^{s}\delta_{\tau_N,\theta_\sigma}}S(\theta_1,\ldots,\theta_s),$$

respectivement en fonction des sections partielles ou totales. La sommation en s est soumise aux restrictions étudiées ci-dessus.

Si $g=n$, cas jusqu'ici le plus important (notamment pour l'invariantologie), sections partielles et totales se confondent et $\Delta(\tau_1,\ldots,\tau_\nu)$ s'exprime encore par (∇), mais n remplaçant g.

Dans le cas particulier des permanents, l'exposant de (-1) s'annule. Si, g étant impair, $\nu=g-1$, on a les g *quasi-persignants de genre* g; pour celui à non-signance de rang r, l'exposant de (-1) devient $s-\sum_{\sigma=1}^{s}\delta_{r,\theta_\sigma}$, la limite supérieure L de s étant $(g-1):2$; si, pour g pair, $\nu=g$, on a affaire au *persignant de genre* g et L vaut $(g:2)$, l'exposant de (-1) étant s.

Si la notation des sections se fait en choisissant α pour rang ordonnateur, θ prend les valeurs $1,\ldots,\alpha-1,\alpha+1,\ldots,g$ et $L=g-1$.

De (∇) il résulte que pour passer d'un déterminant Δ à un autre Δ', tous deux de M et du même genre, mais d'espèces quelconques, on change les signes des 2^{g-2} sections à nombre impair de θ égaux aux rangs des signances se modifiant de Δ à Δ'. Deux codéterminants de même genre ne diffèrent donc que par la moitié des signes. En particulier, si, g étant pair, Δ et Δ' sont *alliés*, c'est-à-dire à signances complémentaires, les seules sections dont le signe se conserve sont celles à nombre pair d'arguments.

L'expression (∇) servira à étudier la *mérogénéité*, consistant en l'égalité entre codéterminants, de mêmes genre et espèce, de matrices particulières.

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Sur les surfaces du quatrième degré à quinze points doubles et les fonctions abéliennes singulières.* Note de M. C.-E. TRAYNARD, présentée par M. Appell.

G. Humbert [1] a signalé le premier que certaines fonctions abéliennes singulières peuvent être prises pour coordonnées d'un point de surfaces du quatrième degré à quinze points doubles.

D'autre part, j'ai considéré, dans ma thèse [2], une de ces surfaces obtenue avec les fonctions abéliennes non singulières de diviseur trois, et L. Rémy [3] a étudié complètement l'ensemble de ces surfaces pour les différentes valeurs possibles du diviseur qui sont de la forme $2p^2+1$ [4].

Il résulte de ces travaux que :

1° Étant données les fonctions abéliennes singulières du tableau T_1 dont les périodes satisfont à la relation

$$g+\beta h-\gamma g'=0, \tag{1}$$

celles de ces fonctions qui sont paires, de caractéristique nulle, d'indices $2l$, $2k$, avec la condition

$$l^2+\beta kl-\gamma k^2=2p^2+1 \tag{2}$$

et qui admettent la demi-période 0,0 pour zéro d'ordre $4p$, sont les coordonnées d'un point d'une surface du quatrième degré à quinze points doubles possédant une unicursale singulière d'ordre $4p$.

2° Étant données les fonctions abéliennes non singulières du Tableau T^2_{2p+1} celles de ces fonctions qui sont paires, de caractéristique nulle, d'indices 2,0 [ou d'ordre $2(2p^2+1)$] et qui admettent la demi-période 0,0 pour zéro d'ordre $4p$, sont les coordonnées d'un point d'une surface du quatrième degré à quinze points doubles possédant une unicursale singulière d'ordre $4p$.

J'ai démontré que toute surface de la première définition se transforme dans une surface de la seconde, mais que la réciproque n'est pas vraie.

La relation (2) exige que les formes quadratiques

$$(1,\ \beta,\ -\gamma) \quad \text{et} \quad (2p^2+1,\ \beta',\ -\gamma')$$

---

[1] *Comptes rendus*, t. 129, 1899, p. 640.

[2] *Annales de l'École Normale supérieure*, t. 24.

[3] *Bulletin de la Société mathématique*, t. 35, p. 53.

[4] Je laisse de côté le cas relativement exceptionnel, où $2p^2+1$ admet des facteurs carrés, et qui se traite d'ailleurs sans difficulté.

soient de même classe. Si alors on cherche une transformation singulière d'indices l_2, k_2 qui fasse passer de la relation singulière (1) à la relation

$$(3)\qquad (2p^2+1)\mathcal{G}+\beta'\mathcal{H}-\gamma'\mathcal{G}'=0,$$

les indices satisfont aux relations

$$\begin{aligned} 0&=k_2(\beta k+2l)+\varepsilon k[\beta' k_2+2(2p^2+1)l_2],\\ 4(2p^2+1)&=(\beta k+2l)[\beta' k_2+2(2p^2+1)l_2]+\varepsilon\Delta k k_2, \end{aligned}\quad [1]$$

qui donnent, pour $k \neq 0$,

$$(4)\qquad (2p^2+1)l_2^2+\beta' l_2 k_2-\gamma' k_2^2=1.$$

Il est facile de voir, en raison de l'équivalence des formes, que les systèmes de solutions de (2) et de (4) s'associent de la façon suivante :

$$k_2=-k,\qquad l_2=\frac{(\beta+\beta')k+2l}{2(2p^2+1)}.$$

La détermination de la transformation, qui est d'ordre un d'après (4), se fait sans difficulté. Le problème est ainsi complètement résolu et la surface transformée n'est autre que la surface à quinze points doubles du Tableau T_{2p^2+1} particularisée par l'existence de la relation (3), dont les coefficients satisfont aux conditions énoncées plus haut.

Réciproquement, toute surface à quinze points doubles particularisée par une relation (3) de cette nature peut être transformée en une surface à quinze points doubles définie par des fonctions abéliennes singulières du Tableau T_1.

Comme on peut particulariser la surface du Tableau T_{2p^2+1} par une relation singulière quelconque, la seconde définition est plus générale que la première.

A un autre point de vue, il est bien clair que les surfaces à quinze points doubles ne figurent dans la démonstration que comme un guide pour indiquer quelles sont les fonctions qui doivent être transformées les unes dans les autres et que d'autres surfaces donneraient des transformations pour d'autres fonctions; par conséquent, les fonctions abéliennes singulières du Tableau T_1 sont des cas particuliers des fonctions abéliennes non singulières des Tableaux T_n.

Plus généralement, toute fonction abélienne singulière d'un Tableau T_n

---

(1) Pour ces relations relatives à la composition de deux transformations singulières, un Mémoire paraîtra dans un autre Recueil.

est cas particulier d'une certaine fonction abélienne non singulière d'un Tableau $T_{n'}$. Autrement dit, et pour revenir au point de vue géométrique, une surface définie par des fonctions abéliennes singulières du Tableau T_n est cas particulier d'une surface non singulière d'un Tableau $T_{n'}$, la particularisation consistant dans l'existence d'une relation singulière entre les périodes.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les variétés à torsion totale nulle, de l'espace euclidien.* Note de M. **René Lagrange**, présentée par M. Émile Borel.

Les notations employées dans cette Note ont été exposées dans deux Notes précédentes [1]. Dans la dernière de ces Notes, j'avais défini les covariants (2, 1), désignés par les symboles P^{α}_{ab}; de ceux-ci se déduit le covariant simple $\sum_a P^{\alpha}_{aa}$, dont j'avais appelé la longueur « courbure moyenne externe » et que M. Bompiani [2], qui l'avait mis en évidence par d'autres considérations, a dénommé la « normale de courbure moyenne ».

C'est la seule direction, normale à la V_p, que permettent de particulariser les éléments infinitésimaux du deuxième ordre. Il est clair que la notion ordinaire de directions conjuguées permet d'associer, à un vecteur normal quelconque une hyperquadrique de l'espace tangent, définie à une homothétie près, et que l'on appellera son indicatrice.

Les indicatrices de tous les vecteurs normaux constituent un faisceau linéaire à q paramètres. Pour que les indicatrices de deux vecteurs a^{α}_i, a^{β}_i, orthogonaux entre eux, soient coaxiales, il faut et il suffit que les expressions

$$Q^{\alpha\beta}_{ab} = \sum_c (P^{\alpha}_{cb} P^{\beta}_{ca} - P^{\alpha}_{ca} P^{\beta}_{cb}) \quad (a, b = 1, 2, \ldots, p)$$

soient toutes nulles. Les $Q^{\alpha\beta}_{ab}$ sont des covariants (2, 2) qui s'introduisent dans les relations entre les courbures de la V_p et de l'espace E_n.

Dans ce qui suit, E_n est euclidien. L'une des séries de relations entre les courbures de la V_p et de E_n devient alors $Q^{\alpha\beta}_{ab} = R^{\alpha\beta}_{ab}$.

Si tous les $R^{\alpha\beta}_{ab}$ sont nuls, on peut annuler toutes les rotations de tor-

---

(1) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1325, et t. 174, 1922, p. 658.

(2) Bompiani, *Atti del real Istituto Venete di Scienze*, t. 80.

sion $R_a^{\alpha\beta}$, en prenant des axes normaux convenables. J'appelle « variété à torsion totale nulle » une variété qui possède cette propriété. Une V_p à torsion totale nulle, de l'espace euclidien, a donc toutes ses indicatrices coaxiales, et réciproquement.

Étant donné un point N de coordonnées $\rho^1, \rho^2, \ldots, \rho^q$ par rapport au q-èdre orthogonal, en M, à la V_p, les directions du_a le long desquelles doit se déplacer M pour que l'espace normal ait, en N, un point caractéristique, sont données par

$$du_b - \sum_{\alpha a} \rho^\alpha P^\alpha_{ab}\, du_a = 0 \qquad (b = 1, 2, \ldots, p).$$

Ce sont les p directions principales de la normale MN. A ces p directions, correspondent p points N sur cette normale, que l'on peut appeler ses pôles. Leur lieu est, dans l'espace, normal en M, la V_{q-1} polaire de degré p, qui engendre elle-même, dans E_n, la V_{n-1} polaire.

THÉORÈME. — *Si la V_p est à torsion totale nulle, sa V_{q-1} polaire se décompose en p $(q-2)$-plans, et réciproquement (en supposant la V_p réelle).*

La V_{q-1} polaire d'une V_2 est encore l'enveloppe des traces, sur le $(q-1)$-plan normal, des q-plans normaux aux courbes de cette variété. Dans l'espace E_4, la courbe polaire d'une V_2 développable [1] est une hyperbole équilatère, et réciproquement.

Les variétés à torsion totale nulle possèdent une autre propriété remarquable. Quand M décrit une V_p, les points N qui décrivent des variétés parallèles sont définis par le système mixte

$$\overline{d_V}\, \rho^\alpha = 0 \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, q),$$
$$\sum_\beta R^{\alpha\beta}_{ab}\, \rho^\beta = 0 \qquad (a, b = 1, 2, \ldots, p).$$

Pour que par chaque point de E_n passe une variété parallèle à la V_p, il faut et il suffit que tous les $R^{\alpha\beta}_{ab}$ soient nuls. Les points N en question forment alors un système invariable, celui, justement, qui annule toutes les rotations de torsion de la V_p. Il est clair que toutes les V_p de la famille sont également à torsion totale nulle.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 658.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur un criterium de la valeur probante de certaines expériences.* Note (¹) de M. **Stanislas Millot**, présentée par M. d'Ocagne.

I. Quand les résultats de deux expériences comparables sont différents, il est souvent utile de s'assurer que les différences ne peuvent être attribuées au hasard seul.

C'est le cas, en particulier, quand, par les variations du pourcentage de certains globules du sang, on s'efforce de montrer l'évolution d'une maladie, ou l'efficacité d'un traitement.

Le nombre des globules du sang est si considérable dans le corps humain qu'on peut pratiquement admettre qu'il est infini et que l'enlèvement de quelques gouttes, pour des analyses, n'influe pas sensiblement sur le pourcentage réel des diverses sortes de globules dans la masse du sang.

On est donc amené à résoudre le problème général ci-après.

II. Une urne contient des boules de plusieurs couleurs. On fait m tirages de boules, en ayant soin de remettre dans l'urne chaque boule tirée, et l'on constate qu'il est sorti r fois une boule noire.

Après avoir abandonné l'urne à des mains étrangères, qui ont pu en modifier le contenu, on fait une nouvelle série de m' tirages et l'on sort r' fois une boule noire.

Quelle est la probabilité d'un changement du pourcentage des boules noires, dans l'urne, entre les deux séries d'épreuves?

Nous avons montré (²) que, si l'on se donne un degré de certitude

$$P = \Theta(t),$$

on peut dire que le pourcentage (³) p des boules noires dans l'urne, lors de la première série d'épreuves, était compris entre deux limites z_1 et z_2 égales

(¹) Séance du 5 février 1923.

(²) *Comptes rendus*, t. 176, 1923, p. 30.

(³) Pour éviter toute confusion entre la probabilité simple par épreuve (p dans la première série, p' dans la seconde) et la probabilité P que p' diffère de p, nous pouvons employer, pour p et p', le mot *pourcentage*. Ce mot nous paraît en effet commode pour désigner le rapport du nombre réel des boules noires au nombre total des boules de l'urne, rapport qui est, par définition, la probabilité simple de sortie d'une boule noire dans un tirage isolé.

aux racines de l'équation

$$z^2(m+2t^2)-2z(r+t^2)+\frac{r^2}{m}=0. \tag{1}$$

Les limites du pourcentage p' des boules noires, lors de la deuxième série d'épreuves, seront de même données par l'équation analogue obtenue en remplaçant m et r par m' et r'.

Si nous faisons varier t de o à $+\infty$, les racines de chaque équation seront d'abord égales et auront pour valeurs, dans l'une $\frac{r}{m}$, dans l'autre $\frac{r'}{m'}$. Elles s'écarteront ensuite progressivement pour tendre, dans les deux cas, vers *zéro* et *un*.

Nous supposons différents les rapports $\frac{r}{m}$ et $\frac{r'}{m'}$; tant que t n'aura pas atteint une valeur minimum, pour laquelle les deux équations en z auront une racine commune, les intervalles qui comprennent respectivement les pourcentages p et p' seront entièrement distincts.

En raison du lien étroit que nous avons établi entre la probabilité *a posteriori* et la probabilité *a priori*, nous pouvons admettre que la valeur

$$P=\Theta(t),$$

correspondant à la valeur de t où les intervalles commencent à chevaucher, est une évaluation *minimum* de la probabilité d'une modification du contenu de l'urne.

En exprimant que les deux équations en z ont une racine commune, on trouve

$$t=\sqrt{\frac{1}{2\alpha}\left(\beta\pm\sqrt{\beta^2-\alpha\gamma}\right)}. \tag{2}$$

Le signe convenable, devant le radical intérieur, doit être choisi d'après les valeurs particulières de α, β, γ :

$$\tag{3} \left\{\begin{aligned} \alpha &= \left(\frac{r'^2}{m'}-\frac{r^2}{m}\right)\left(\frac{r'^2}{m'}-\frac{r^2}{m}+m'-m+2r-2r'\right),\\ \beta &= \left(\frac{r'^2}{m'}-\frac{r^2}{m}\right)\left(mr'-m'r-m\frac{r'^2}{m'}+m'\frac{r^2}{m}\right)\\ &\quad+\left(r\frac{r'^2}{m'}-r'\frac{r^2}{m}\right)(m-m'+2r'-2r),\\ \gamma &= \left(m\frac{r'^2}{m'}-m'\frac{r^2}{m}\right)^2-4(mr'-m'r)\left(r\frac{r'^2}{m'}-r'\frac{r^2}{m}\right). \end{aligned}\right.$$

III. Quand $m'=m$, les calculs sont simplifiés; la racine commune en z est $\frac{r+r'}{2m}$ et il suffit de la porter dans l'équation (1) pour obtenir aisé-

ment t :

$$(4) \qquad t = \sqrt{\frac{m(r-r')^2}{2(r+r')[2m-(r+r')]}}.$$

Si l'on multiplie r, r' et m par un facteur λ, les rapports $\frac{r}{m}$ et $\frac{r'}{m'}$ ne sont pas modifiés, mais t est multiplié par $\sqrt{\lambda}$. La précision du résultat augmente donc avec le nombre m des épreuves faites.

IV. Si, dans un système de coordonnées rectangulaires z et t, on trace la courbe définie par l'équation (1), elle a un point de rebroussement sur l'axe des z et se compose de deux branches partant de ce point et asymptotes respectivement aux droites $z = 0$ et $z = 1$.

La méthode habituellement adoptée pour la recherche de la probabilité, *a posteriori*, ne peut convenir pour la présente étude, car elle équivaut au remplacement des branches de courbe par leurs tangentes au point de rebroussement, remplacement qui est surtout inadmissible quand $\frac{r}{m}$ $\left(\text{ou } \frac{r'}{m'}\right)$ est nul ou égal à l'unité.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur le mouvement rotationnel, mais permanent, des liquides doués de viscosité, lorsque les trajectoires sont planes et verticales.* Note de M. J. **Grialou**.

On sait que les équations différentielles du mouvement des liquides doués de viscosité, lorsque le régime est permanent et que les trajectoires sont planes et verticales, sont, avec les notations habituelles,

$$(1) \qquad -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho}\Delta u = \frac{du}{dt}; \qquad -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g + \frac{\mu}{\rho}\Delta w = \frac{dw}{dt};$$

μ est le coefficient de viscosité, u et w les composantes de la vitesse V, p la pression, ρ la densité, g l'accélération de la pesanteur.

En différentiant la première par rapport à z, la deuxième par rapport à x et retranchant, on obtient en tenant compte de ce que

$$(2) \qquad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0;$$

$$(3) \qquad \frac{\mu}{\rho}\Delta\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) = 2\frac{\mu}{\rho}\Delta\eta = 2\frac{d\eta}{dt} = 2\left(u\frac{\partial \eta}{\partial x} + w\frac{\partial \eta}{\partial z}\right),$$

en désignant par η le tourbillon $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)$.

Sur la trajectoire, on a

$$w\,dx - u\,dz = 0.$$

Posons

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \qquad u = -\frac{\partial \Phi}{\partial z},$$

il viendra

$$2\eta = -\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}\right) = -\Delta\Phi$$

et, en portant dans (3),

$$(4) \qquad \frac{\mu}{\rho}\Delta\Delta\Phi = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}\frac{\partial \Delta\Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{\partial \Delta\Phi}{\partial z}.$$

Telle est la relation déterminant analytiquement la fonction Φ. Si le liquide est parfait, $\mu = 0$, et l'on a

$$(5) \qquad -\frac{\partial \Phi}{\partial z}\frac{\partial \Delta\Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{\partial \Delta\Phi}{\partial z} = 0,$$

équation qui admet la solution

$$(6) \qquad \Delta\Phi = K e^{\Phi}.$$

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Accroissement d'éclat de l'étoile* β Ceti. Dépêche de M. C. **Flammarion**.

Je me fais un devoir de signaler à l'Académie que M. Abbott, membre de la Société astronomique de France à Athènes, m'a informé, le 13 février, d'un subit accroissement d'éclat de l'étoile β *Ceti*. Cette étoile, normalement de deuxième grandeur, se montrait supérieure à Aldebaran, type de la première grandeur. Mise immédiatement à l'étude à mon observatoire de Juvisy, cette découverte a été confirmée.

ASTRONOMIE. — *L'évolution collective et discontinue des étoiles et des nébuleuses*. Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. Bigourdan.

Dans les règnes organiques ou inorganiques, l'évolution est en général *discontinue* à masse variable (division cellulaire, émission de particules α, rayonnement par quanta) et *collective* en ce sens qu'elle dépend du milieu ambiant et du nombre d'individus évoluant dans un espace donné. Dans notre Univers, l'évolution des étoiles et des nébuleuses en dehors de leur phase individuelle doit être et avoir été collective et discontinue.

La belle théorie de Russell des étoiles géantes et naines détermine par la thermodynamique leur phase individuelle d'évolution continue à masse constante. Elle ne peut donc correspondre à toute la réalité cosmique : vérifiée par la division très nette des deux catégories d'étoiles dans les types spectraux G, K, M, et par les mesures récentes de diamètres stellaires de géantes, telles que Bételgeuse et Antarès, elle est en opposition avec la théorie de Millikan qui fait commencer l'évolution stellaire par les naines et non par les géantes : théorie d'ailleurs en contradiction avec la mesure donnée par la cosmogomie dualiste pour le diamètre du protosoleil 62 fois plus grand que le diamètre du Soleil actuel.

La théorie de Russell fait prévoir que les géantes rouges (3000° environ à la surface) sont précédées par des géantes obscures à température basse et à densité voisine de celles des nébuleuses. Mais elle semble en contradiction avec l'existence de nébuleuses à haute température comme celle d'Orion (15000° d'après Buisson et Fabry) et avec l'évolution des Novæ vers une phase nébulaire avec un spectre passant des types A et B au type O, comme Stratton l'a montré pour la Nova des Gémeaux 1912 et le P. Cortie pour celle de l'Aigle 1918.

Pour faire disparaître ces contradictions, il suffit d'édifier une théorie compréhensive d'évolution embrassant à la fois les étoiles et les nébuleuses, en tenant compte des dynamismes autres que la gravitation qui font varier d'une manière discontinue les masses, la composition chimique des atmosphères stellaires et leur radiation.

L'existence des deux courants d'étoiles de Kapteyn conduit à admettre l'existence à l'origine de notre Univers de deux nébuleuses froides l'une en rotation lente, l'autre venant de la direction du Sagittaire; ces nébuleuses de densité moyenne Δ remplissaient le volume V de notre Univers et se sont rencontrées dans un choc à grande vitesse relative. Cette rencontre a produit une augmentation de température et de densité sur les surfaces de choc Σ tourbillonnaires ou non, nécessairement très grandes et augmentant pendant un certain temps. La radiation repousse des surfaces Σ les matières légères qui vont alimenter et réchauffer une partie V_0 des nébuleuses; la compression des matériaux denses sur les surfaces Σ y détermine une condensation instable au point du vue de la gravitation, dès que la masse par unité de surface devient assez grande. Par suite cette masse se divisera en n masses stellaires géantes de densité moyenne d et de masse M. Cette masse M, comme on sait, varie peu au cours de l'évolution. A ce stade existe dans l'Univers ou vide W, qui est, en tenant compte de la constance

de la masse totale,

$$W = V - V_0 - V_\theta - n\frac{M}{d} = nM\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{d}\right) \quad (V_0, \text{ volume des nébuleuses froides}).$$

Les n étoiles primitives se déplaçant dans ce vide W, d'abord réduit puisque d diffère peu de Δ, rencontreront nécessairement les nébuleuses froides V_0 et chaudes V_θ : elles leur prendront de la matière, ce qui diminuera à la fois V_0 et V_θ, augmentera d (c'est-à-dire W), mais diminuera le rapport d'abord très grand de V_0 à V_θ.

Or, d'après la théorie d'Eddington, la masse de chacune des n étoiles ne peut augmenter que jusqu'à la limite où la pression de radiation interne balance la gravitation. A cette limite, tout nouveau choc des étoiles contre les nébuleuses amènera leur division en une ou plusieurs masses stellaires, division encore facilitée par la force centrifuge. Ainsi s'augmentera le nombre n des étoiles capables d'enlever de nouvelle matière aux nébuleuses et par suite d'accroître le vide W dans l'Univers. Le nombre des chocs stellaires qui donnent aux nébuleuses et aux étoiles leur évolution discontinue après avoir passé par un maximum diminuera donc au fur et à mesure de l'évolution d'ensemble de la Voie lactée issue des deux nébuleuses primitives.

Plusieurs conclusions générales résultent de ce qui précède :

1° On ne peut séparer l'évolution des étoiles de celles des nébuleuses froides ou chaudes qui en est la contre-partie, la matière dense de ces dernières, sélectionnée par la pression de radiation, passant dans les étoiles pour en augmenter la masse et changer la composition chimique de leurs atmosphères.

2° A l'évolution stellaire continue à masse constante régie par la seule gravitation selon la théorie de Russell se superpose une évolution discontinue à masse variable fonction des rencontres nébuleuses de moins en moins fréquentes avec le vieillissement de la Voie lactée. Tandis que dans la théorie de Russell une étoile peut au maximum passer deux fois par chacun des types M, K, G, F, A, B et une fois par le type O, l'évolution discontinue à masse variable augmente la température effective à chaque rencontre nébuleuse, par suite peut faire passer une étoile plusieurs fois par le même type, y compris le type O et peut faire monter une étoile jusqu'à un type spectral qu'elle n'aurait jamais atteint par évolution gravitationnelle : on comprend qu'il puisse y avoir des étoiles géantes dans tous les types spectraux, mais que les géantes à la fois par le volume et par la masse comme les étoiles du type B ou les Céphéides doivent se trouver assez près du centre de la Voie

lactée où elles ont pu recueillir les matières légères repoussées par la pression de son noyau.

Les naines en volume et en masse comme le Soleil ne peuvent provenir que des régions éloignées de la Voie lactée qu'elles ont parcourues après que la condensation stellaire avait vidé l'espace de matière nébuleuse. Cette induction est confirmée par le fait que la direction du mouvement du système solaire diverge beaucoup du plan de la Voie lactée en s'éloignant du centre des étoiles B (centre de Charlier), et que le Soleil est une étoile simple, alors que la formation des étoiles doubles et multiples est l'œuvre des rencontres avec les nébuleuses [1].

3° Les nébuleuses froides qui ont été, comme le croit Russell, les génératrices des étoiles ne peuvent plus exister un peu abondantes qu'en dehors du plan de la Voie lactée ou au delà de ses spires, ainsi qu'on le constate notamment dans les spirales en fuseau ; toutefois la pression de radiation, très intense à l'origine près du centre, a pu laisser subsister dans le plan de la Voie lactée des nuages de vapeurs légères (calcium, sodium), comme on les observe dans le spectre des étoiles à raies stationnaires.

Les nébuleuses chaudes et lumineuses ne doivent leur électricité, leurs radiations et une grande partie de leurs mouvements qu'aux chocs stellaires. Elles doivent avoir une masse totale bien moindre que celle des nébuleuses froides, et être abondantes surtout près du plan de la Voie lactée et de son centre, car elles représentent le résidu de matières légères inemployé et repoussé par les étoiles dans leur évolution.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Propriétés optiques des rayons X de grande longueur d'onde.* Note de M. **Holweck**, présentée par M. Brillouin.

Il était intéressant de reprendre, avec des rayons X de très grande longueur d'onde, les expériences de diffraction qui avaient échoué avec les rayons X ordinaires et de chercher à mettre en évidence une réflexion de ces radiations sur une surface polie, phénomène analogue à la réflexion lumineuse.

Diffraction par une fente. Principe. — La disposition de l'expérience est classique : une source linéaire éclaire une fente fine parallèle à la source et située à une distance a; à une distance b de la fente se trouve une plaque photographique sur laquelle se forme l'image des franges de diffraction.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 703.

Dispositif expérimental. — La source linéaire et intense de rayons mous était constituée par une anode formée d'un fil de tungstène de 12^{μ} de diamètre tendu sur un support rigide. Ce fil, qui était bombardé par des électrons issus d'une cathode de Wehnelt, restait parfaitement rectiligne, même à la température du rouge ; un système de diaphragmes noircis et un canaliseur profond éliminaient la lumière parasite de la cathode incandescente, seule la lumière provenant de l'anode pouvait entrer dans la fente, mais elle était incapable d'impressionner la plaque photographique par suite de sa faiblesse et de l'énorme diffraction qu'elle subissait au passage de la fente fine. Parallèlement à la source et à 7^{cm} de distance était disposée la fente de diffraction, de largeur réglable au moyen d'une vis micrométrique de pas connu. Cette fente avait $0^{cm},8$ de haut, elle était en acier, à bords aigus et très soigneusement travaillés. A 7^{cm} de la fente était disposé un petit porte-plaque mobile de l'extérieur au moyen d'un rodage et permettant de faire successivement plusieurs photographies. Entre la fente et la plaque on pouvait établir : soit un champ électrique, soit un champ magnétique destiné à rejeter sur le côté les rayons corpusculaires accompagnant les rayons mous. Tout l'appareil était placé dans un bon vide entretenu par une pompe qui tournait constamment pendant les expériences. Les plaques employées étaient des plaques Shumann. Les temps de poses, de quelques minutes pour des rayons de 1500 volts, étaient de plusieurs heures pour 250 volts.

Résultats. — Avec une fente de $6^{\mu},6$ et des rayons produits par 1620 volts (longueur d'onde minimum $\lambda_{min} = 7,6$ A.), leur longueur efficace (c'est-à-dire celle qui correspond au maximum d'énergie dans le spectre continu) étant de 10 A. environ, on obtient sur la plaque un trait extrêmement fin à bords presque nets et large de 25^{μ}, c'est-à-dire possédant sensiblement les dimensions de l'image géométrique de la source sans diffraction. Le calcul montre qu'il doit bien en être ainsi : la valeur de $v_2 - v_1$ (¹) étant grande et égale à 1,6.

Par contre, avec des rayons de 265 volts (λ_{min} 47 A., $\lambda_{eff.}$ 60 A. env.) se diffractant au travers de la même fente (les deux photographies étaient faites l'une à côté de l'autre sur la même plaque), on observait un élargissement considérable de l'image géométrique consistant en une bande centrale large de 110^{μ} et un dégradé de 300^{μ} environ. Le calcul indique ($v_2 - v_1 = 0,66$) qu'on devrait voir une frange centrale brillante large de 136^{μ} (distance comptée entre les deux minima), accompagnée de chaque côté de deux franges brillantes larges de 35^{μ} chacune. On apercevait donc seulement l'aspect général du phénomène, sans séparer les franges par suite de l'hétérogénéité du rayonnement incident.

Avec une fente de 35^{μ}, des rayons de 1620 volts et de 265 volts donnaient

(¹) v est le paramètre bien connu des intégrales de Fresnel.

des images presque identiques, l'élargissement ayant complètement disparu : en effet, la diffraction ne doit plus être sensible $v_2 - v_1$ étant respectivement 3,4 et 8,4. Les franges sont extrêmement serrées et non visibles par suite de l'hétérogénéité des rayons et de la largeur de la source. Cependant pour les rayons de 1620 volts, l'image se présente sous forme d'une bande à bords nets de 70^{μ} de largeur, tandis que pour les rayons de 265, la bande est sensiblement *plus étroite*, 60^{μ} environ, par suite de la présence de deux minima sur les bords.

On a ainsi comparé les images obtenues avec des rayons de 60 A. et avec de la lumière blanche ($\lambda_{\text{eff.}}$ 4800 A. env.) en prenant des fentes (6^{μ}, 6 et 60^{μ}) dont les largeurs étaient dans le rapport de la puissance $\frac{1}{2}$ des longueurs d'onde et en agrandissant dans le même rapport le cliché relatif aux rayons mous : les images, qui devraient être identiques, sont tout à fait du même ordre de grandeur, mais le phénomène obtenu avec la lumière blanche est plus net et plus beau.

L'ensemble de ces expériences, sans être susceptible de mesures précises, établit sans aucun doute : 1° l'existence, visible avec les moyens utilisés, de la diffraction au travers d'une fente pour des rayons X produits sous 265 volts, et 2° donnent une mesure directe de la longueur d'onde de ces rayons, de l'ordre de grandeur de celui prévu par la relation du quantum.

Réflexion des rayons X. — Un premier essai, fait dans de mauvaises conditions avec des rayons de longueur d'onde relativement courte ([1]), avait donné un résultat négatif. Ce travail a été repris avec un dispositif bien meilleur, des rayons plus mous et sous incidence rasante.

Dispositif expérimental. — Un faisceau étroit de rayons mous rencontre, sous une incidence très grande, un miroir en bronze bien poli. Un montage, qui sera décrit ultérieurement, permettait de faire entrer dans un électroscope, soit le faisceau incident, soit le faisceau réfléchi. Les rayons étaient complètement absorbés par le gaz contenu dans l'électroscope. Un dispositif de volets permettait d'interposer dans le trajet des rayons incidents ou réfléchis un filtre absorbant.

Résultats. — Dans une première expérience, l'angle d'incidence était de 78°,3 (11°,7 à partir du miroir). Les rayons n'étaient filtrés qu'au travers de la feuille étanche séparant le tube producteur de rayons de l'électroscope (celluloïd de $0,8.10^{-5}$ cm d'épaisseur) et par conséquent très hétérogènes surtout pour les différences de potentiel élevées. Le

([1]) *Thèse de Doctorat*, 1922.

pouvoir réflecteur du miroir, qui est de 25 pour 100 pour des rayons de 35 volts ($\lambda_{min.} = 350$ A.), croît jusqu'à 35 pour 100 pour 120 volts ($\lambda_{min.} = 100$ A.) reste constant de 120 à 200 volts ($\lambda_{min.} = 62$ A.), puis décroît lentement.

Dans une deuxième expérience l'angle d'incidence était de 73°,8 (16°,2 à partir du miroir). On pouvait interposer, soit dans les rayons incidents, soit dans les rayons réfléchis, un écran de celluloïd de $0,8.10^{-5}$ cm. On a constaté : 1° une diminution générale des pouvoirs réflecteurs due à l'incidence moins rasante; 2° une décroissance rapide du pouvoir réflecteur lorsque la longueur d'onde décroît; 3° une moins grande pénétration des rayons réfléchis que des rayons incidents, par suite de la réflexion plus facile des grandes longueurs d'onde; la différence s'accentuant lorsque la différence de potentiel sous laquelle sont produits les rayons augmente. Le pouvoir réflecteur des rayons, qui est du même ordre que sous l'incidence 78°,3 pour $\lambda_{min.} = 123$ A., tombe à 10 pour 100 pour des rayons de 200 volts et à 3 pour 100 pour 300 volts.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la propagation d'ondes électromagnétiques, entretenues le long de deux fils parallèles.* Note (¹) de M. G. Laville, présentée par M. Brillouin.

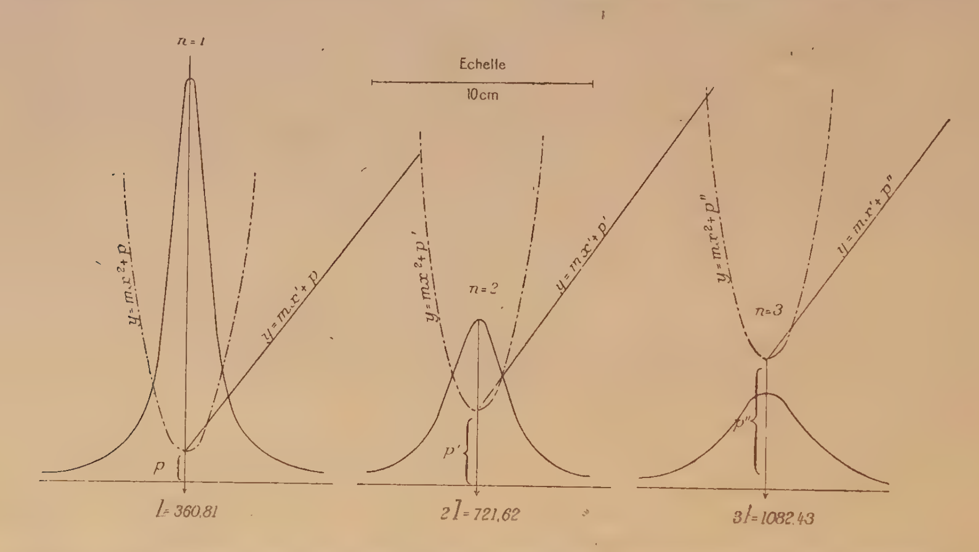
La théorie de Kirchhoff traite le problème en admettant que chaque centimètre d'une ligne indéfinie possède une résistance R, une capacité C et une self-induction L constantes et indépendantes de l'intensité des courants qui y passent. Je me suis proposé de vérifier expérimentalement sa légitimité aux fréquences des oscillations hertziennes en utilisant un dispositif assez simple pour permettre un calcul complet.

Une ligne est formée par deux fils de cuivre parallèles d'environ 10^{m} de long, de diamètre $a = 0^{mm},9$ et dont les axes sont distants de $d = 20^{mm}$. Le pont qui la ferme à l'origine est coupé par deux condensateurs en série. Les deux armatures externes sont reliées aux fils de ligne et une soudure thermo-électrique fer-constantan réunit les armatures internes. Le courant thermo-électrique est mesuré par un galvanomètre cuirassé de Rubens dont les déviations ont été vérifiées proportionnelles aux intensités. Sur la ligne glisse un pont formé d'une très large plaque de cuivre ($10^{cm} \times 15^{cm}$) percée de

(¹) Séance du 12 février 1923.

deux trous ayant le diamètre des fils et par lesquels ceux-ci passent. Comme ce pont a une self-induction très faible, il réfléchit totalement les ondes et l'on s'assure qu'on ne peut pas en déceler derrière lui. La ligne est excitée par un oscillateur à courtes ondes du modèle de MM. Gutton et Touly ([1]) aussi peu couplé que possible afin d'éviter une réaction de la ligne sur l'oscillateur qui pourrait modifier son régime de fonctionnement quand le pont passe par une position de résonance.

On déplace le pont à l'aide d'une vis micrométrique et en prenant pour abscisses X les distances du pont à l'origine de la ligne et pour ordonnées les déviations δ du galvanomètre, on trace la courbe de résonance (voir figure).



Celle-ci présente des maxima très marqués, séparés par des distances l égales au $\frac{1}{10}$ de millimètre près. Ces maxima décroissent rapidement quand leur numéro d'ordre augmente; l mesure très exactement une demi-longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$. Autour de chaque maximum la courbe de résonance tombe très vite à zéro. J'appellerai pour abréger pointe la portion de la courbe de résonance autour d'un maximum. Elle est parfaitement symétrique par rapport à son maximum. Pour étudier une pointe, construisons, à une échelle quelconque, la courbe dont les ordonnées sont les inverses de celles de la pointe $y = \frac{K}{\delta}$. On obtient une courbe de forme parabolique $y = mx^2 + p$ en comptant les abscisses x à partir du maximum. Si l'on

([1]) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 271.

prend pour nouvelles abscisses $x' = x^2$, on obtient une droite $y' = mx' + p$, très exactement. En répétant cette opération pour des pointes successives, on observe que toutes les droites obtenues sont parallèles entre elles avec une approximation d'au moins 1 pour 100. Il y a donc une quantité m qui reste constante tout le long de la ligne. De plus, si n est le numéro d'ordre d'une pointe, on s'aperçoit que p est une fonction parabolique de n :

$$p = a + bn + cn^2;$$

a est en général négligeable et deux pointes permettent de mesurer b et c.

La théorie de Kirchhoff permet, en affectant au pont qui porte la soudure une résistance r, une self-induction s et une capacité k, de trouver la déviation δ du galvanomètre à un facteur inconnu près. Elle donne

$$(1)\quad \delta = \frac{M(\operatorname{ch} 2\gamma X + \cos 2\alpha X)}{A(\operatorname{ch} 2\gamma X + \cos 2\alpha X) - 2B \operatorname{sh} 2\gamma X + 2C \sin 2\alpha X + D(\operatorname{ch} 2\gamma X + \cos 2\alpha X)};$$

γ désignant le facteur exponentiel d'amortissement qui est sensiblement égal à $\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$ et α la quantité $\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{l}$:

$$A = (\alpha^2 + \gamma^2)\left[r^2 + \left(s\omega - \frac{1}{k\omega}\right)^2\right],$$
$$B = (Rr + Ls\omega^2)\gamma - \omega(Rs - rL)\alpha,$$
$$C = \omega(Rs - rL)\gamma + (Rr + Ls\omega^2)\alpha,$$
$$D = R^2 + L^2\omega^2.$$

γ étant très petit, on peut développer $\operatorname{ch} 2\gamma X$ et $\operatorname{sh} 2\gamma X$ en série en ne gardant que les termes de degré 2 au plus et en remplaçant X par $nl + x$, à cause de la symétrie des pointes les termes impairs n'existent pas :

$$\delta = \frac{M}{(A + \gamma B nl + \gamma^2 D n^2 l^2) + \alpha^2 D x^2}.$$

Si l'on prend les inverses des ordonnées de cette courbe, on obtient la parabole

$$y = \frac{1}{M}[(A + \gamma B nl + \gamma^2 D n^2 l^2) + \alpha^2 D x^2],$$

dont l'équation a la forme trouvée par l'expérience. En posant

$$p = \frac{A + \gamma B nl + \gamma^2 D n^2 l^2}{M}, \qquad m = \alpha^2 D,$$

trois valeurs expérimentales p, p', p'' correspondant aux trois pointes

d'ordre n, n', n'', fourniront l'amortissement γ par la formule

$$\gamma = \frac{\pi}{l^2}\frac{1}{\sqrt{m}}\sqrt{\frac{p}{(n''-n)(n'-n)} + \frac{p'}{(n'-n)(n'-n'')} + \frac{p''}{(n''-n)(n'-n)}}.$$

Comme $\gamma = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{c}{L}} = \frac{R}{2LV}$, en supposant valable la formule $L = 2\mu L\frac{2d}{a}$, on peut calculer le rapport $\frac{R}{R_0}$ de la résistance pour la fréquence utilisée à la résistance en courant continu et comparer ce rapport à celui que donne la théorie de Lord Kelvin relative à l'effet particulaire. L'accord est satisfaisant et les théories de Kirchhoff et de Lord Kelvin semblent expliquer le phénomène de la propagation d'une façon aussi précise que les théories plus compliquées qu'ont édifiées Sommerfeld et Mie ([1]), à partir des équations de Maxwell appliquées aux corps absorbants.

Le Tableau suivant donne les résultats de l'expérience pour deux longueurs d'ondes différentes :

$l = \frac{\lambda}{2}$.	T.	p.				m.				Moy.	$\gamma.10^5$.	$\frac{R}{R_0}$, val. exp^{le}.	$\frac{R}{R_0}$, d'après L. Kelvin.
		$n=1$.	$n=2$.	$n=3$.	$n=4$.	$n=1$.	$n=2$.	$n=3$.	$n=4$.				
360^c,81...	$2,4.10^{-8}$	1,37	3,30	5,8	»	1,32	1,33	1,31	»	1,32	1,118	20,1	21
262^c,15...	$1,745.10^{-8}$	»	2.43	4,24	6,42	»	1,96	1,96	1,96	1,96	1,41	23,7	24,6

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la mesure des coefficients de self-induction en haute fréquence.* Note de M. V. **Ylöstalo**, présentée par M. G. Ferrié.

Le coefficient de self-induction à haute fréquence d'une bobine de self ne peut pas être calculé avec précision.

Il est modifié par l'effet pelliculaire, par la localisation du courant dans les parties du fil les plus voisines de l'axe de la bobine ([2]). D'autre part la capacité propre d'une bobine provoque une augmentation apparente de son induction. Ces effets sont d'autant moins importants que la section du fil est moindre ou la fréquence plus basse. Lorsque la fréquence devient voisine de la fréquence de résonance de la bobine, le courant ne conserve

---

([1]) A. Sommerfeld, *Wied. Ann.*, t. 67, 1899, p. 233. — G. Mie, *Wied. Ann.*, t. 6, 1900, p. 201.

([2]) M. A. Battelli, *Journal de Physique*, t. 6, 1907, p. 559 et 701. — J.-S. Nicholson, *Phil. Mag.*, t. 19, 1910, p. 77.

plus une intensité constante le long du fil et il en résulte encore une modification apparente de la self-induction.

Nous nous sommes proposé d'étudier, aux fréquences utilisées en Radiotélégraphie, la self-induction de bobines de différentes formes, d'en déduire ensuite les limites d'application de la formule de Thomson lors du calcul des longueurs d'onde des circuits oscillants et de montrer que l'usage de l'électromètre, employé autrefois par Bjerknes pour l'étude de résonateur de Hertz, permet des mesures faciles et précises en haute fréquence.

La bobine à étudier est reliée à un condensateur, constituant ainsi un circuit oscillant; on le couple en couplage très lâche avec un oscillateur à lampes. La tension aux bornes de la bobine est mesurée avec un électromètre de Bjerknes à très faible capacité et le courant au milieu de la bobine avec un thermo-élément fer-constantan. On mesure la longueur d'onde avec un ondemètre Armagnat, par la méthode de zéro, et la résistance de la bobine par la méthode habituelle de résonance et l'adjonction d'une résistance ohmique connue. Connaissant l'intensité du courant, la différence de potentiel entre les extrémités de la bobine et la résistance de celle-ci, on en déduit l'inductance.

La capacité de l'électromètre est d'environ $1^{cm},5$. La graduation en volts de l'électromètre se fait facilement en tension constante.

L'étalonnage en courant continu d'un thermo-élément dont la soudure est traversée par le courant à mesurer est, au contraire, difficile à cause de l'effet Peltier. Afin de rendre possible cet étalonnage, nous avons utilisé la disposition suivante : Le courant à mesurer passe dans un fil de constantan qu'il échauffe, ce fil est relié en son milieu par un court fil de cuivre à la soudure fer-constantan. Le courant à mesurer ne passant pas par la soudure, la déviation du galvanomètre dépend uniquement de la quantité de la chaleur dégagée dans le fil et devient indépendante du sens du courant. La résistance du fil chaud se mesure sans difficultés. La courbe de graduation du milliampèremètre ainsi construit est exactement parabolique.

La précision obtenue dans les mesures d'inductance est d'environ 0,25 pour 100 et, dans les cas les plus défavorables, au moins 0,5 pour 100.

Voici quelques valeurs des inductances mesurées :

Bobine I. — Longueur de l'axe, $66^{cm},3$; diamètre, $12^{cm},7$; nombre des spires, 1400; diamètre du fil, $0^{mm},4$; onde propre de la bobine, $\lambda_0 = 860^m$.

λ^m.....	25000.	20000.	15000.	12500.	10000.	7500.	5000.	2500.
L^{cm}.....	42,50	42,50	42,70	43,05	42,80	41,80	37,60	$31,20.10^6$

Bobine II. — Longueur de l'axe, 50^{cm}; section carrée, $23^{cm} \times 23^{cm}$; nombre de spires, 160; diamètre du fil, $1^{mm},8$; onde propre de la bobine, $\lambda_0 = 286^m$.

λ^m......	10000.	8000.	6000.	4000.	2000.	1500.	1000.	750.
L^{cm}......	2,92	2,92	2,93	2,94	2,95	2,93	2,91	$2,88.10^6$

Bobine III. — Cadre, $58^{cm} \times 58^{cm}$; longueur de l'axe, 5^{cm}; nombre des spires, 80; diamètre du fil, $0^{mm},45$; onde propre, $\lambda_0 = 812^m$.

λ^m......	12000.	10000.	8000.	6000.	4000.	2000.	1500.	1000.
L^{cm}......	8,80	8,80	8,81	8,82	8,79	8,69	8,50	$7,81.10^6$

Bobine IV. — Longueur de l'axe, 27^{cm}; diamètre intérieur, 13^{cm}; nombre des spires, 250, en deux couches de fil, bobinage à faible capacité progressant simultanément sur les deux couches; diamètre du fil, $1^{mm},8$; onde propre, $\lambda_0 = 450^m$.

λ^m......	12500.	10000.	7500.	5000.	2500.	1500.	1000.	750.
L^{cm}......	3,81	3,81	3,81	3,82	3,92	4,16	4,55	$5,10.10^6$

La self-induction varie peu lorsqu'on augmente la fréquence pour les bobines à une couche, surtout quand la bobine n'est pas très longue par rapport à son diamètre. Les bobines à deux couches montrent, au contraire, une forte augmentation apparente de la self-induction quand la longueur d'onde diminue.

En désignant par λ_1 la longueur d'onde pour laquelle la formule de Thomson est valable avec une précision de 1 pour 100, on trouve :

Bobine.	I.	II.	III.	IV.
$\frac{\lambda_1}{\lambda_0}$........	8	2,5	2,2	8

L'électromètre de Bjerknes, constitué par une aiguille d'aluminium suspendue par un fil de quartz entre deux plaques, a l'avantage de conserver exactement en haute fréquence la graduation faite à différence de potentiel constante. Lors des mesures en haute fréquence, on ne mesure habituellement que des intensités de courant : l'emploi de l'électromètre, sensible à quelques volts, avec la soudure thermo-électrique peut souvent augmenter la facilité et la précision des mesures.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Chaleur d'oxydation du glucinium.* Note rectificative de MM. **H. Copaux** et **Ch. Philips**, présentée par M. Haller.

Nous avons déterminé en 1920 [1] la chaleur d'oxydation du glucinium, en adoptant, à défaut du procédé de combustion directe, auquel le glucinium métallique se prête assez mal, la méthode détournée qui consiste à mesurer séparément les chaleurs de dissolution du métal et de l'oxyde dans un acide.

Pour éprouver notre mode opératoire, nous avions mesuré de la même façon une chaleur d'oxydation connue, celle du calcium, et trouvé, pour un atome-gramme (40^g) de calcium, la valeur $158^{Cal},7$, plus voisine de 160^{Cal}, nombre obtenu par Muthmann en 1907, que de $151^{Cal},9$, nombre obtenu par A. Guntz et Bassett en 1905.

Mais aussi bien pour le calcium que pour le glucinium, nos résultats ont été faussés par l'oubli d'une correction importante, sur laquelle M. Guntz a appelé notre attention.

Nous avons en effet compté pour égales à 1 les chaleurs spécifiques des acides où s'effectuaient les dissolutions dans le calorimètre, alors que ces liquides, assez fortement concentrés, ont des chaleurs spécifiques notablement inférieures à celle de l'eau.

En introduisant cette correction dans nos anciennes mesures, nous obtenons les résultats suivants :

Calcium. — Métal commercial en cylindres. Acide chlorhydrique à 70^g par litre, de chaleur spécifique 0,90.

Poids de Ca.	Poids d'acide chlorhydrique.	Valeur en eau des accessoires.	Δt.
$0^g,335$	300^g	$4^g,6$	$3°,88$
Poids de CaO.			
$0^g,5215$	300^g	$4^g,6$	$1°,63$

Soit

$$Ca + 2ClH_{diss.} \rightarrow CaCl^2_{diss.} + H^2 + 130^{Cal},$$
$$CaO + 2ClH_{diss.} \rightarrow CaCl^2_{diss.} + H^2O + 49^{Cal},$$
$$H^2 + O \rightarrow H^2O_{liq.} + 69^{Cal};$$

d'où

$$Ca + O \rightarrow CaO + (130 + 69 - 49) \quad \text{ou} \quad 150^{Cal}$$

au lieu de

$$(144,2 + 69 - 54,5) = 158,7,$$

si l'on admet inexactement comme égale à 1 la chaleur spécifique de la liqueur acide.

---

[1] H. Copaux et Ch. Philips, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 630.

Notre nombre rectifié 150 devient voisin du nombre 152,7, auquel M. Guntz s'est arrêté récemment, après de nouvelles mesures particulièrement soignées [1].

Glucinium. — Métal en poudre cristalline, préparé par électrolyse d'un fluosel fondu et purifié le mieux possible par des lévigations répétées. Acide fluorhydrique à 30 pour 100.

Pour connaître la chaleur spécifique de cette liqueur fluorhydrique, nous avons versé 300^g à 400^g d'acide dans un calorimètre de platine, où plongeait un tube d'argent mince et fermé d'un bout, mesurant 25^{mm} de diamètre, 100^{mm} de hauteur et $0^{mm},3$ d'épaisseur. Dans ce tube, on projetait un morceau de glace bien essuyé, dont le poids, voisin de 7^g à 10^g, était exactement déterminé, après l'expérience, par différence de poids du tube d'argent. Connaissant la chaleur de fusion de la glace, tenant compte aussi de la chaleur absorbée par son eau de fusion, depuis 0° jusqu'à la température finale, et d'autre part, ayant mesuré le refroidissement du liquide acide et des accessoires calorimétriques, nous avons trouvé, pour la chaleur spécifique de l'acide fluorhydrique à 30 pour 100, le nombre 0,75 à 2 pour 100 près.

En combinant cette valeur avec les données empruntées à l'une de nos anciennes expériences, il vient :

	Poids d'acide fluorhydrique.	Poids en eau des accessoires.	Δt.
de Gl.			
$0^g,1093$	300^g	4,83	4°,3
Poids de GlO.			
$0^g,3038$	300^g	4,78	1°,06

$$\mathrm{Gl} + 2\,\mathrm{FH}_{\text{diss.}} \rightarrow \mathrm{GlF}^2_{\text{diss.}} + \mathrm{H}^2 + 82^{\text{Cal}},2,$$
$$\mathrm{GlO} + 2\,\mathrm{FH}_{\text{diss.}} \rightarrow \mathrm{GlF}^2_{\text{diss.}} + \mathrm{H}^2\mathrm{O} + 20^{\text{Cal}},1,$$
$$\mathrm{H}^2 + \mathrm{O} \rightarrow \mathrm{H}^2\mathrm{O}_{\text{liq.}} + 69^{\text{Cal}};$$

d'où

$$\mathrm{Gl} + \mathrm{O} \rightarrow \mathrm{GlO} + (82,2 + 69 - 20,1), \quad \text{soit } 131^{\text{Cal}},1.$$

Deux autres mesures, soumises à la même rectification et jointes à la précédente, donnent pour résultat moyen $131^{\text{Cal}},3$, au lieu de $151^{\text{Cal}},5$ d'après notre ancien calcul.

Le nombre 131 est assez voisin de celui de Mielenz et Wartenberg ($135^{\text{Cal}},9$), obtenu par la méthode à laquelle nous avions renoncé comme insuffisamment sûre, qui consiste à brûler le glucinium pulvérulent dans l'oxygène sous pression, en défalquant après l'expérience le résidu métallique échappé à la combustion [2].

Il place le glucinium moins haut que nous ne pensions dans l'échelle d'oxydation des métaux, un peu au-dessus de l'aluminium ($128^{\text{Cal}},6$ pour 16^g d'oxygène).

---

(1) A. Guntz et Benoit, *Comptes rendus*, t. 176, 1923, p. 219.

(2) Mielenz et Wartenberg, *Zeit. anorgan. Chem.*, 5 mai 1921, p. 267.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la vitesse d'absorption de l'acide carbonique par les solutions ammoniacales.* Note de M. **Paul Riou**, présentée par M. H. Le Chatelier.

J'ai fait connaître, dans une Note précédente (¹), des mesures relatives à l'influence de la concentration et de la température sur la vitesse d'absorption de l'acide carbonique par les solutions de carbonate neutre et de bicarbonate d'ammonium. Depuis, j'ai étudié l'influence de l'addition aux mêmes solutions de chlorure de sodium et d'ammonium, de bicarbonate de sodium.

Tous les chiffres et les diagrammes donnés dans ce travail résultent de mesures faites sur une solution type contenant $\frac{4}{100}$ de molécule-gramme de carbonate neutre d'ammonium dans 100ᵍ d'eau, avec des proportions variables de sels étrangers dont la concentration est également exprimée en centièmes de molécule-gramme.

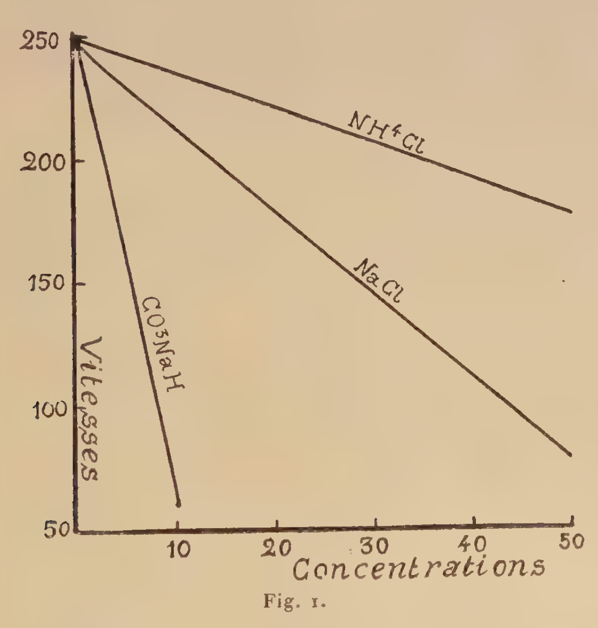


Fig. 1.

Les vitesses, exprimées en centimètres cubes de gaz absorbés en une seconde par centimètre carré de surface, ont été multipliées pour le tracé des courbes par 10^4.

Le diagramme (*fig.* 1) montre à la température de 20° l'influence de la

(¹) *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 1102.

concentration en chlorure d'ammonium et de sodium et en bicarbonate de sodium. La courbe du bicarbonate d'ammonium qui se place très près de celle du bicarbonate de sodium n'est pas donnée.

Dans la fabrication de la soude, la quantité de chlore mise en œuvre est une constante. Pour chaque molécule de sodium qui se transforme en bicarbonate, il se forme une molécule de chlorure d'ammonium. Ces deux facteurs combinés nous donnent les vitesses d'absorption suivantes :

NaCl.........	50	40	30	20	10	0
NH^4Cl........	0	10	20	30	40	50
$V.10^4$........	73,3	107	125	147	170	189

Le diagramme (*fig.* 2) montre l'influence de la température sur les solu-

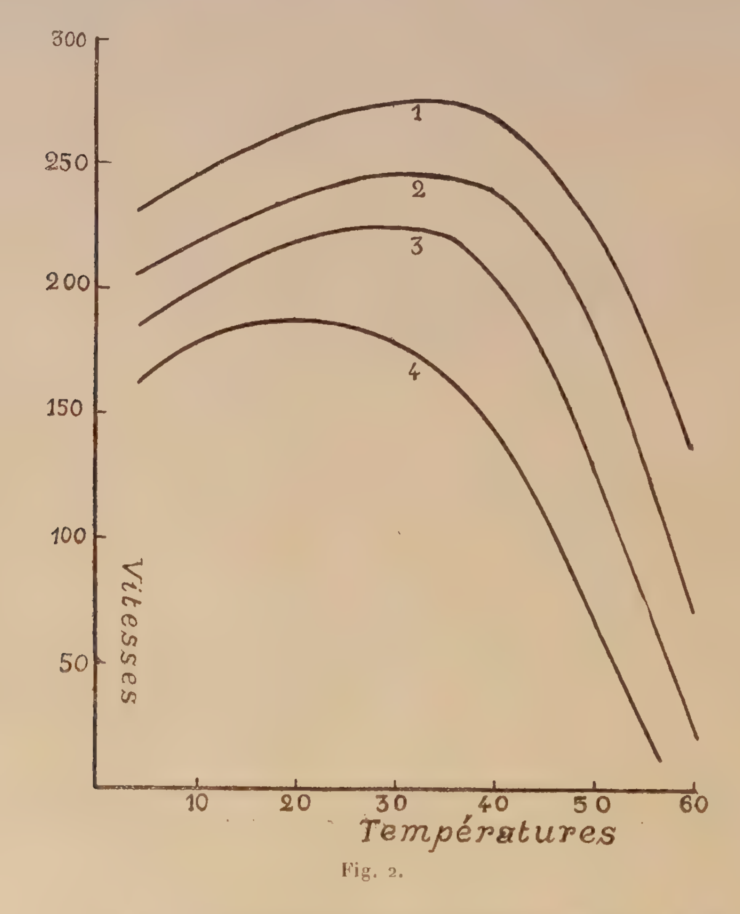


Fig. 2.

tions contenant du chlorure d'ammonium. Les courbes 1, 2, 3 et 4 correspondent aux concentrations de $\frac{10}{100}$, $\frac{20}{100}$, $\frac{30}{100}$ et $\frac{50}{100}$ de molécule-gramme de

chlorure d'ammonium. On reconnaît que le maximum de vitesse se déplace un peu sur l'axe des températures avec la concentration.

Le diagramme (*fig.* 3) montre l'influence de la température sur les solu-

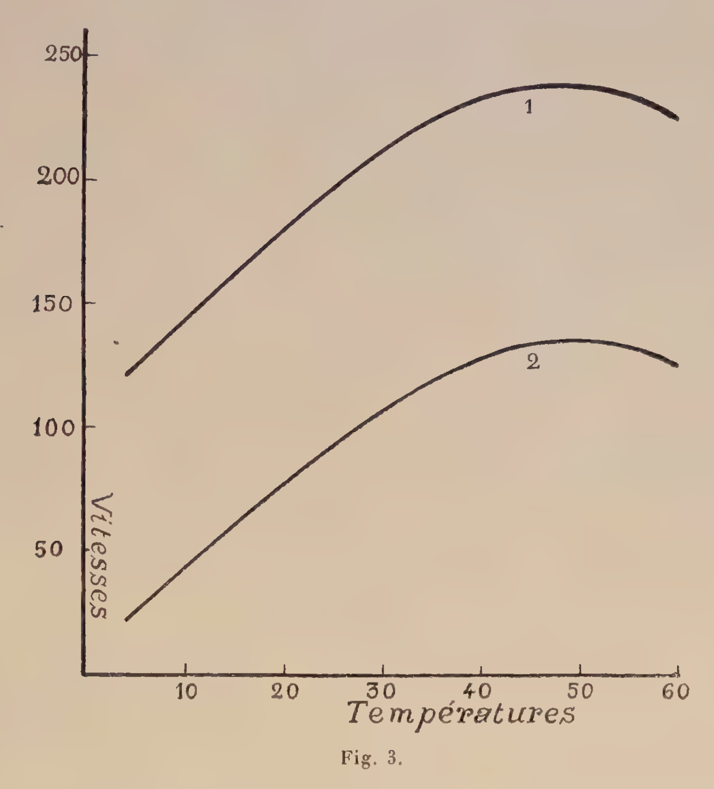


Fig. 3.

tions contenant du chlorure de sodium. La courbe 1 indique la vitesse d'absorption de la solution contenant 20×10^{-2} molécule-gramme de NaCl dans 100^{cm^3} d'eau, et la courbe 2 celle contenant 50×10^{-2}.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du sulfate diméthylique et du méthylsulfate de potassium en l'absence d'eau sur les monoacides organiques.* Note de M. **L.-J. Simon.**

La méthylation au moyen du sulfate diméthylique a été surtout utilisée vis-à-vis des phénols, des amines phénoliques et dans ces derniers temps vis-à-vis des glucoses. Elle a également servi à éthérifier les acides organiques mais presque toujours en agitant avec le sulfate très peu soluble dans l'eau les sels alcalins organiques *dissous dans ce solvant.* C. Græbe (1905) à

qui l'on doit d'intéressantes recherches sur ce sujet a déjà appelé l'attention sur la différence des résultats atteints en opérant *sur les sels à l'état solide*. Dans le cas de la méthylation en solution aqueuse la réaction peut être formulée

$$R - CO^2K + SO^4(CH^3)^2 = R - CO^2CH^3 + SO^4KCH^3,$$

c'est-à-dire que la moitié des radicaux méthyle se retrouvent dans le résidu de méthylsulfate. En l'absence d'eau on peut aller plus loin et utiliser plus complètement les radicaux méthyle. Par exemple, avec le benzoate de potassium,

$$2C^6H^5 - CO^2K + SO^4(CH^3)^2 = SO^4K^2 + 2C^6H^5CO^2CH^3.$$

Corrélativement Græbe a pu réaliser avec un rendement d'environ 60 pour 100 la réaction

$$C^6H^5 - CO^2K + SO^4KCH^3 = SO^4K^2 + C^6H^5CO^2CH^3.$$

I. Il est curieux qu'aucun chimiste n'ait à ma connaissance fait agir le sulfate diméthylique *sur les acides eux-mêmes*, *en l'absence d'eau*, de façon à réaliser la réaction

$$2R - CO^2H + SO^4(CH^3)^2 = SO^4H^2 + 2RCO^2CH^3.$$

Cette action est cependant possible et présente comme celle observée par Græbe l'avantage de faire intervenir une seule molécule de sulfate diméthylique pour deux molécules d'acide. Il est utile de souligner l'intérêt que présente dans la pratique la substitution du sulfate diméthylique à l'alcool méthylique : c'est un produit que l'industrie livre très pur à un prix raisonnable et sa faible volatilité le rend propre aux opérations faites à des températures relativement élevées. Son maniement n'est pas dangereux à condition d'opérer prudemment, c'est-à-dire en évitant de le respirer lorsqu'il est chaud ou de le répandre sur soi. A titre d'exemple voici comment on opère avec l'acide acétique :

Les deux liquides : sulfate diméthylique et acide acétique cristallisable sont mélangés dans un ballon, en rapport avec un réfrigérant de condensation. Le ballon est chauffé au bain d'huile lentement et progressivement : l'opération comporte visiblement deux phases : l'une qui se localise aux environs de 120° pendant laquelle on recueille de l'acétate de méthyle *absolument pur* et qui correspond à la formule

$$CH^3 - CO^2H + SO^4(CH^3)^2 = SO^4HCH^3 + CH^3 - CO^2CH^3$$

et l'autre pendant laquelle on élève progressivement la température du bain

d'huile jusqu'à atteindre et dépasser 200° et qui correspond à

$$CH^3-CO^2H+SO^4H\,CH^3=SO^4H^2+CH^3CO^2CH^3.$$

L'acétate de méthyle qui distille pendant cette seconde phase est légèrement souillé de gaz sulfureux et d'acide acétique : il est donc utile de le purifier. Le rendement en produit pur atteint et dépasse 80 pour 100 calculé d'après

$$2CH^3CO^2H+SO^4(CH^3)^2=SO^4H^2+2CH^3CO^2CH^3.$$

Pour pallier à la petite décomposition signalée plus haut il est bon d'employer un petit excès ($0^{mol},25$) de sulfate diméthylique; l'observation a montré qu'il était avantageux de laisser digérer quelque temps le mélange primitif avant de le chauffer.

Ce mode opératoire s'est montré applicable aux acides mono, di et trichloracétiques, propionique, butyrique et valérianique.

Avec l'acide benzoïque le rendement en produit pur diminue tout en restant supérieur à 50 pour 100. La purification résulte de l'ébullition du produit brut avec l'eau bouillante : le sulfate diméthylique est décomposé et le sulfate acide de méthyle passe dans l'eau.

Pour la plupart des éthers obtenus la pureté a été contrôlée par titrage alcalimétrique, détermination de carbone par oxydation sulfo-chromique et pour quelques-uns par cryoscopie dans l'oxalate diméthylique (constante expérimentale observée, 49 concordant avec la valeur théorique 48,9 d'après le *Recueil des constantes de la Société de Physique*).

II. L'action du sulfate diméthylique sur l'acétate de potassium et sur le biacétate a été également examinée. Avec le biacétate l'opération suit un cours très régulier en accord avec la formule

$$CH^3CO^2H+CH^3CO^2K+SO^4(CH^3)^2=SO^4KH+2CH^3CO^2CH^3.$$

Le rendement atteint et dépasse 80 pour 100. L'allure observée correspond aux deux réactions successives

$$\begin{aligned} CH^3CO^2K+SO^4(CH^3)^2 &= SO^4K(CH^3)+CH^3CO^2CH^3,\\ CH^3CO^2H+SO^4K(CH^3) &= SO^4KH \quad +CH^3CO^2CH^3. \end{aligned}$$

On a donc été amené à étudier isolément ces deux réactions : avec l'acétate *en proportions équimoléculaires*, la réaction s'effectue bien d'accord avec la formule, mais le rendement est légèrement diminué par cette circonstance que le méthylsulfate solide qui se forme recouvre l'acétate également solide et gêne mécaniquement la réaction. Græbe qui a fait le même essai en

employant un grand excès de sulfate diméthylique — $1^{mol},75$ au lieu de 1^{mol} — a constaté que la réaction était complète dans ces conditions. Si, au contraire, on diminue de moitié la proportion de sulfate, le rendement s'abaisse davantage, en sorte qu'on ne peut espérer utiliser avantageusement la réaction

$$2\,CH^3CO^2K + SO^4(CH^3)^2 = SO^4K^2 + 2\,CH^3CO^2CH^3.$$

III. La seconde réaction, signalée plus haut, celle du méthylsulfate de potassium sur l'acide acétique a été suivie et soigneusement contrôlée pour en établir le bilan : le rendement est d'environ 70 pour 100 de rendement théorique comme celui de la première. Une partie au moins du déficit provient de la décomposition aux environs de 200° du méthylsulfate de potassium [1] en oxyde de méthyle et pyrosulfate. L'addition d'acide sulfurique ne diminue pas le rendement mais, au contraire, favorise le contact des surfaces réagissantes.

Le méthylsulfate de potassium peut également servir à méthyler l'acide benzoïque avec un rendement égal à celui que permet l'emploi du sulfate diméthylique.

En résumé, le sulfate diméthylique et le méthylsulfate de potassium peuvent en certains cas être en l'absence d'eau d'un emploi avantageux pour la méthylation des acides organiques à fonctions simples.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur le sulfure de picryle. Étude du binaire : tolite-sulfure de picryle.* Note [2] de MM. **A. Roche** et **V. Thomas**, présentée par M. A. Haller.

Au cours de recherches que l'un de nous fut amené à effectuer sur le chargement des bombes d'aviation, il mentionnait, à la date du 10 août 1918, l'existence dans certaines bombes d'origine allemande d'un explosif qui jusque-là avait passé inaperçu en France et avait été très vraisemblablement confondu avec l'hexanitrodiphénylamine. Ce composé fut identifié peu de temps après par M. Kling (3 septembre 1918) avec le sulfure de picryle.

Dès cette époque, l'un de nous attirait l'attention sur les propriétés assez curieuses de ce composé, entre autres sur la facilité avec laquelle il dégageait de l'ammoniac par traitement aux alcalis et sur sa grande résistance aux agents d'oxydation.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1054-1056.

(2) Séance du 19 janvier 1923.

L'histoire de ce composé est encore loin d'être élucidée. Les travaux dont il a été l'objet sont peu nombreux. Les uns visent surtout sa production industrielle, tel est par exemple le brevet français 460-571 pris par la Sprengstoff Actien Gesellschaft carbonit qui revendique comme procédé de préparation l'action de l'hyposulfite de soude sur le chlorure de picryle; d'autres, la façon dont ce composé se comporte vis-à-vis des oxydants, tel est par exemple le travail de Blankma, paru dans la *Revue des travaux chimiques des Pays-Bas* en 1902, qui signale sa résistance à l'action de l'acide nitrique à 200° et le brevet 269826 en date du 20 octobre 1912 de la Sprengstoff Actien Gesellschaft qui réussit à le transformer en sulfone par l'action des oxydants en milieu nitrique. Enfin dans un brevet anglais 18354 (13 avril 1913), Carl Hartmann Schlebus signale ses propriétés explosives et sa grande stabilité qui lui permet de pouvoir être comprimé à 500 kg : cm² sans perdre sa propriété de « détoner ».

Depuis 1918, nous avons repris l'étude systématique de ce composé et ce sont les premiers résultats obtenus que nous nous proposons d'exposer ici.

Étude du binaire tolite-sulfure de picryle. — Une étude très sommaire de ce binaire avait été faite par l'un de nous, au cours de l'année 1918, en collaboration avec M. Culan.

Nous avons repris et complété cette étude.

La matière utilisée pour ces recherches est celle que nous avions retirée de chargements de bombes d'origine allemande et qui avait été purifiée par des cristallisations dans l'acétone.

Cette matière est caractérisée par la propriété de subir une fusion complète suivie presque instantanément d'une solidification totale. En même temps la matière change de couleur et ne fond plus ensuite qu'à une température bien plus élevée. La détermination de points de fusion au bloc Maquenne a donné 213° et 234°; cette détermination, effectuée dans des tubes chauffés dans un bain liquide, a donné 211° et 230°,5.

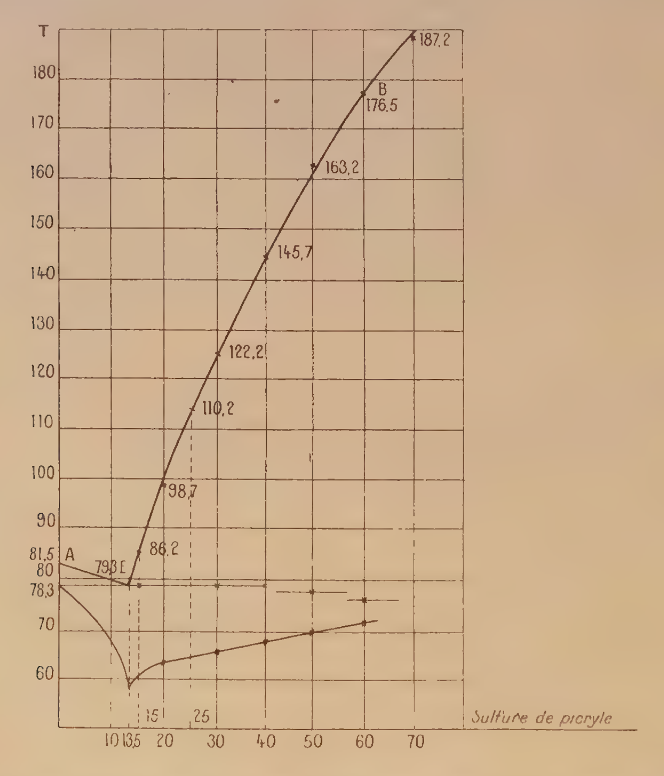
Chauffé dans un tube de verre, le produit fond, puis dégage des vapeurs nitreuses; il explose au voisinage de 300°. L'addition de tolite abaisse cette température d'explosion et cette dernière est alors beaucoup plus intense.

L'étude du binaire par la méthode thermique montre que les deux constituants sont miscibles à l'état liquide en toutes proportions et qu'il ne forme aucune combinaison définie. L'eutectique fond à 78°,3 et renferme 86,5 de tolite.

Toutefois nous n'avons pu pousser nos recherches sur des mélanges titrant plus de 70 pour 100 de sulfure de picryle. L'intérêt qu'aurait pré-

senté les déterminations était pourtant indéniable. En effet, avec les mélanges riches en sulfure de picryle, il est nécessaire de porter la masse à une température assez élevée pour pouvoir suivre la marche normale de refroidissement. Or, dans ces conditions, la température eutectique s'abaisse. Il nous a été impossible de savoir si cet abaissement doit être attribué à une altération de la tolite sous l'action de la chaleur, altération déjà signalée, ou à la présence du sulfure de picryle.

Dans une première série d'essais, nous n'avons pu expérimenter sur les



mélanges riches en sulfure de picryle parce que les vapeurs dégagées pendant l'expérience ont produit sur la face et sur toutes les parties nues de l'expérimentateur des phénomènes de vésication intense, sorte d'éruption qu'on aurait pu prendre comme conséquence de fièvre éruptive (rougeole). Des essais effectués peu de temps après avec le sulfure de picryle pur par l'opérateur ayant déjà subi l'action des vapeurs durent de même être interrompus; celui-ci ayant à nouveau été fortement incommodé, malgré les précautions prises (gants, masques).

Lorsqu'on opère sur des mélanges eutectiques ou très voisins de la com-

position eutectique (mélange à 15 pour 100 de sulfure), il semble que lors du refroidissement il se produise une sorte de phénomène de double surfusion. C'est ainsi, par exemple, qu'avec le binaire à 15 pour 100 de sulfure, le thermomètre qui baisse régulièrement jusque vers 74°,50 remonte rapidement à 76°,60, atteint 76°,65, redescend ensuite vers 75°,1 pour remonter finalement à la température de 78°,3. Il ne semble pas que cette anomalie puisse être attribuée à une mauvaise expérimentation et sa cause n'a pu être élucidée de façon certaine.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation de quelques éthers et de quelques dérivés glycidiques des alcoylglycérines.* Note de M. **Raymond Delaby**, présentée par M. A. Béhal.

En possession des alcoylglycérines précédemment décrites [1], j'ai préparé leurs dibromhydrines, leurs tribromhydrines, quelques épibromhydrines et tribenzoïnes.

Dibromhydrines-1.2, $CH^2Br — CHBr — CHOH — R$. — Ces éthers s'obtiennent avec un rendement sensiblement théorique par fixation de 1^{mol} de brome sur les vinylalcoylcarbinols en solution dans deux fois leur volume d'éther anhydre. On refroidit dans un mélange de glace et de sel; après élimination du solvant, on rectifie dans le vide.

Wagner [2] avait ainsi fixé le brome sur le vinyléthylcarbinol et prétendait avoir isolé un bromure instable $C^5H^{10}OBr^2$; M. Lespieau [3] prépara plus tard ce dibromo-1.2-pentanol-3 et le distilla sous pression réduite sans décomposition (Eb. 105°-109° sous 13^{mm}). Les dibromhydrines homologues se comportent de la même manière et se conservent sans altération. Ci-dessous leurs constantes :

	Éb.	Densités.	Densités.	Indices de réfraction.	Pouvoir réfringent moléculaire trouvé.	Pouvoir réfringent moléculaire calculé.
I........	102°-105°/13^{mm}	$D_4^0 = 1,976$	$D_4^{20} = 1,944$	$N_D^{23} = 1,5405$	37,56	37,73
II........	112-115/15	$D_4^0 = 1,855$	$D_4^{19} = 1,828$	$N_D^{20} = 1,5327$	41,74	42,34
III........	126-129/13	$D_4^0 = 1,751$	$D_4^{19} = 1,724$	$N_D^{23} = 1,5230$	46,15	46,96
IV........	132-133/12	$D_4^0 = 1,638$	$D_4^{17} = 1,613$	$N_D^{16} = 1,5191$	51,56	51,58

I, *Dibromo-1.2-butanol-3.* — II, Dibromo-1.2-pentanol-3.
III, *Dibromo-1.2-hexanol-3.* — IV, *Dibromo-1.2-heptanol-3.*

(1) R. Delaby, *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 1152.
(2) G. Wagner, *J. Soc. ph.-ch. russe*, t. 16, 1884, p. 319.
(3) R. Lespieau, *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 880.

Tribromhydrines, $CH^2Br - CHBr - CHBr - R$. — L'éthérification de la fonction alcool secondaire des dibromhydrines précédentes ne s'effectue pas au moyen de l'acide bromhydrique gazeux réagissant sur ces composés maintenus à 110°-130°, ni par l'emploi du tribromure de phosphore. Cet exemple s'ajoute à d'autres précédemment connus.

Il faut recourir au pentabromure PBr^5 pour obtenir le résultat désiré : le dérivé halogéné est ajouté peu à peu à la dibromhydrine; vers la fin, on porte une demi-heure au bain-marie bouillant. Après refroidissement, le tout est versé sur de la glace, on extrait au chloroforme, sèche la solution, élimine le solvant et rectifie dans le vide. Ci-dessous les constantes des tribromhydrines :

	Éb.	Densités.	Densités.	Indices de réfraction.	Pouvoir réfringent moléculaire trouvé.	Pouvoir réfringent moléculaire calculé.
I.......	110°-113°/19mm	$D_4^0 = 2,218$	$D_4^{16} = 2,190$	$N_D^{15} = 1,5691$	44,14	43,96
II.......	125-128/21	$D_4^0 = 2,116$	$D_4^{14} = 2,095$	$N_D^{14} = 1,5621$	47,85	48,58
III.......	137-141/21	$D_4^0 = 1,914$	$D_4^{13} = 1,896$	$N_D^{13} = 1,5451$	53,70	53,20
IV.......	148-149/27	$D_4^0 = 1,850$	$D_4^{16} = 1,827$	$N_D^{16} = 1,5394$	57,81	57,82

I, Tribromo-1.2.3-butane. — II, *Tribromo-1.2.3-pentane.*
III, *Tribromo-1.2.3-hexane.* — IV, *Tribromo-1.2.3-heptane.*

Charon (1) a obtenu la tribromhydrine de la méthylglycérine par une voie toute différente : fixation d'une molécule de brome sur le bromo-1-butène-2. Il a indiqué les constantes suivantes : Éb. 113°-114° sous 21mm, $D^0 = 2,2195$.

Epibromhydrines, $CH^2Br - CH - CH - R$ (pont O entre les deux CH). — M. Lespieau a préparé l'épibromhydrine de l'éthylglycérine par action de l'éthylate de sodium sur la dibromhydrine correspondante. J'ai enlevé la molécule d'acide bromhydrique à ce composé et à ses homologues en solution dans l'éther anhydre au moyen de la potasse solide finement pulvérisée et récemment fondue; la réaction est facilitée par des agitations répétées. Après filtration, épuisement de la masse à l'éther et élimination du solvant, on rectifie dans le vide (rendement : 50 à 60 pour 100 de la théorie). Ces composés sont des liquides incolores aussi stables que les précédents.

L'*épibromhydrine de la méthylglycérine* distille à 142°-144° : $D_4^0 = 1,493$; $D_4^{18} = 1,468$; $N_4^{18} = 1,4685$; R. M. trouvé = 28,6; calculé = 27,9;

(1) E. Charon, *Ann. Ch. et Ph.*, 7e série, t. 17, 1899, p. 239.

L'*épibromhydrine de la butylglycérine* possède une odeur anisée agréable et passe à 202°-205° ou à 91° sous 11^{mm} : $D_4^{17} = 1,246$; $N_D^{13} = 1,4675$; R. M. trouvé = 49,2 ; calculé = 41,7.

Tribenzoïnes :

$$CH^2(O.CO.C^6H^5) - CH(O.CO.C^6H^5) - CH(O.CO.C^6H^5) - R.$$

Pour obtenir les éthers tribenzoïques des alcoylglycérines, j'ai suivi la technique indiquée par Lipp et Miller (¹) pour la glycérine ordinaire, soit l'action d'un excès de chlorure de benzoyle (5^{mol}) sur l'alcoylglycérine (1^{mol}) en présence de soude et à basse température.

Je n'ai préparé que les éthers des deux premiers termes, c'est-à-dire ceux des méthyl- et éthylglycérines qui sont liquides ; les propyl- et butylglycérines se caractérisant d'elles-mêmes par leur point de fusion.

La *tribenzoïne de la méthylglycérine* se présente en houppes caractéristiques fusibles à 79°-80° (recristallisée dans l'alcool à 95°).

La *tribenzoïne de l'éthylglycérine* est en sphérules cristallisées fusibles à 99°-100°.

GÉOLOGIE. — *Sur la faune et l'âge du calcaire carbonifère de Saint-Ségal* (Finistère). Note de M. **Y. Milon**, présentée par M. Ch. Barrois.

La lentille de calcaire carbonifère de Saint-Ségal, étudiée par M. Barrois en 1889, est intercalée dans les formations puissantes de schistes et grès du *Culm* du Bassin de Châteaulin. Une petite carrière abandonnée ne permet d'étudier que la partie superficielle de la formation calcaire. De longues recherches nous ont permis cependant de rassembler de nombreux fossiles; représentants d'une faune très variée et assez caractéristique répartie dans toute la masse d'une roche *pseudo-bréchoïde*, que le microscope montre constituée de débris d'organismes, particulièrement d'algues calcaires. Cf. *Solenopora*, *Mitcheldeania*, qui semblent avoir joué un rôle très important dans l'édification de ces dépôts.

La faune étudiée sous la direction de M. Delépine nous a fourni les principales espèces suivantes :

Productus semireticulatus Mart., *P. Martini* Sow., *P. striatus* Fisch., *P. scabriculus* Mart., *P. Deshayesianus* de Kon., *P. latissinnus* Sow., *P. aculeatus* Mart., *P. carringtonianus* Dav.

(¹) A. Lipp et P. Miller, *Journ. für prakt. Chem.*, t. 88, 1913, p. 361.

Spirifer striatus Mart., *S. ovalis* Phill., *S. carlukiensis* Dav.

Athyris ingens de Kon.

et de nombreuses autres espèces de brachiopodes moins caractéristiques : Rhynchonelles, Térébratulides, *Orthis, Spiriferina*, quelques Gastropodes, des Orthocères, d'assez nombreuses sections de *goniatites* malheureusement indéterminables, des fragments assez rares de pygidium de trilobites. Les polypiers sont rares; nous avons pu cependant découvrir un buisson de *Lithostrotion irregulare* Phill., et reconnaître par une série de coupes une forme voisine de *Uralinia* (cf. *U. multiplex* Ludw.) figurée par Stuckenberg [1] parmi les polypiers du Carbonifère de l'Oural et qui n'a pas encore été signalée dans l'Europe occidentale. Les foraminifères ne sont pas rares, et se rapportent aux genres *Endothyra*, *Valvulina*, *Trochammina*, *Textularia*.

Cette faune n'était pas connue jusqu'ici dans le Massif armoricain. Les calcaires du bassin de Laval ne semble pas dépasser en effet les niveaux du Viséen inférieur et moyen, tandis que le calcaire de Saint-Ségal devrait se placer au sommet du Viséen, sinon au niveau des couches de passage du Dinantien au Moscovien et correspondre au *Houiller sans houille* (*H*1*a*) des formations de la Belgique.

Les calcaires de Saint-Ségal pourraient même être plus récents, car on trouve jusque dans le Moscovien des faunes offrant sensiblement les mêmes caractères que celle que nous venons de décrire. Les données recueillies jusqu'à présent ne permettent de préciser qu'une limite inférieure qui est l'extrême sommet du Viséen.

Conclusion. — La sédimentation *calcaire* s'est poursuivie dans le bassin de Châteaulin longtemps après avoir cessé dans le bassin de Laval. Ces deux régions carbonifères du Massif armoricain semblent donc avoir évolué de façon très différente, sinon isolément.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la morphologie de l'arc scapulaire des Reptiles permiens de Madagascar*. Note de M. **Jean Piveteau**.

M. Boule a signalé, dès 1908, l'existence d'une faune et d'une flore permiennes dans le sud-ouest de Madagascar, d'après les découvertes du capitaine Colcanap.

---

(1) *Mém. du Comité géol.*, t. **10**, n° **3**, pl. XX, fig. 5, Saint-Pétersbourg, 1895.

Dans les deux Notes qu'il a publiées en 1908 et en 1910 sur ce sujet, il a fixé la position stratigraphique de cette faune et il y a distingué un certain nombre de formes reptiliennes. Il a montré, en particulier, la présence dans les couches à Glossopteris de types à affinités rhynchocéphaliennes qu'il a pu rapprocher de certains genres européens et sud-africains : *Kadaliosaurus* de Saxe, *Protorosaurus* de Thuringe, *Saurosternon* de l'Afrique du Sud.

Parmi ces nombreux échantillons, que M. Boule m'a chargé d'étudier en détails, une forme représentée par des individus de divers âges remarquablement conservés, m'a permis de suivre l'évolution des différents organes.

Ce sont les résultats, relatifs à la ceinture scapulaire de ce type, que je présente ainsi.

Je laisserai de côté les formations d'origine dermique (clavicules, interclavicule) et je ne m'occuperai que de l'élément scapulo-coracoïdien.

Le scapulum donne une partie de la cavité glénoïde. Il est court et s'élargit à sa partie distale en forme de hache.

La plaque coracoïdienne est constituée par deux pièces. La pièce antérieure ovale forme l'autre partie de la cavité glénoïde.

Au-dessus de l'articulation scapulo-coracoïdienne se trouve un orifice qui devait donner passage au nerf supracoracoïdien. Par sa forme, par ses connexions, par la présence d'un *foramen coracoideum*, cette pièce antérieure est l'homologue du précoracoïde des reptiles primitifs et du coracoïde unique des reptiles actuels.

La dénomination du précoracoïde est à rejeter, car ainsi que l'ont montré MM. Anthony et Vallois dans leur Mémoire fondamental sur la signification des éléments ventraux de la ceinture des Amphibiens, ce nom a été créé pour une pièce de la ceinture des Urodèles, qui n'est qu'une apophyse dorsale du scapulum.

Nous appellerons donc, suivant les auteurs précités, *coracoïde antérieur* l'élément que nous venons de décrire.

En arrière de cette première pièce on voit une seconde plaque elliptique, ne présentant aucune connexion avec les côtes et qui doit être considérée comme un *coracoïde postérieur*.

Si nous en suivons l'évolution nous la voyons augmenter de taille, et se souder chez l'adulte sur la ligne médiane, avec la plaque symétrique. L'ensemble affecte alors la forme d'un véritable sternum et devait vraisemblablement remplir le rôle du sternum.

Nous nous trouvons donc en présence d'un reptile présentant un coracoïde

formé de deux pièces : un *coracoïde antérieur* qui s'articule avec le scapulum pour former la cavité glénoïde et un *coracoïde postérieur* qui se sternalise.

Cette disposition paraît distinguer les formes de Madagascar de la plupart des Reptiles permiens (Thérocéphales, Déinocéphales, Cotylosauriens, Dromasauriens, Dicynodontes, Anomodontes, etc.) qui présentent bien une plaque ventrale constituée par deux éléments coracoïdiens, mais où toujours ces deux coracoïdes entrent dans la constitution de la cavité glénoïde.

Par contre on a décrit sur *Broomia*, *Heleosaurus* et quelques autres genres (tous voisins des formes que j'étudie ici) une seule plaque coracoïdienne correspondant au coracoïde antérieur; mais le mauvais état de conservation de ces échantillons permet de se demander si l'absence du coracoïde postérieur n'est pas due à un accident de fossilisation.

De même Haughton vient de décrire sur des Reptiles fossiles provenant de la région du Tanganyka une large plaque sternale qui pourrait bien être l'homologue de la pièce impaire que possèdent les individus adultes de Madagascar.

Ainsi la présence de deux éléments coracoïdiens chez les reptiles les plus anciens apparaît comme un fait général. Le coracoïde postérieur se présente sous deux modes différents : dans le cas le plus fréquent il prend part à la formation de la cavité glénoïde; plus rarement il se sternalise.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le système respiratoire des plantes.* Note de M. **Methodi Popoff.**

D'après l'hypothèse généralement admise les feuilles sont les organes presque uniques de la respiration des plantes. L'oxygène qu'elles tirent de l'air, comme celui qui se dégage pendant le processus de l'assimilation, circulerait dans les espaces intercellulaires et viendrait ainsi en contact avec toutes les cellules vivantes de la plante. Le corps d'une plante serait, d'après cette manière de voir, semblable à une éponge imbibée d'oxygène. La plante ne pourrait se débarrasser des produits de l'oxydation, qui a lieu dans chaque cellule vivante, que par la diffusion des gaz dans les espaces intercellulaires. Cette hypothèse se heurte à des difficultés presque insurmontables quand il faut expliquer le mécanisme de la respiration des cellules du tronc et des racines pour un arbre même de dimensions médiocres, le mécanisme de l'aération étant très insuffisant.

Toutes ces difficultés disparaissent si l'on admet que les plantes ont un système respiratoire qui présente beaucoup d'analogie, au point de vue physiologique, avec le système respiratoire des animaux.

En effet : d'après des recherches multiples et variées, les sels de Mg, Mn, K, Na, Ca, Fe se trouvent dans le sérum sanguin de tous les animaux. Chez les animaux invertébrés, dépourvus de corps sanguins différenciés, le transport de l'oxygène nécessaire pour la respiration des cellules se fait par le sérum sanguin. Il n'y a pas de raison pour admettre que ce rôle respiratoire du sérum sanguin se perde avec la différenciation des corps sanguins, qui, chez les animaux vertébrés, sont plus spécialement chargés du transport de l'oxygène vers les tissus vivants grâce à la présence d'hémoglobine. Mais le rôle respiratoire du sérum sanguin se fait tout de même remarquer aussi chez les animaux vertébrés, quoiqu'il passe ici au second plan.

Les mêmes solutions minérales circulent aussi dans les vaisseaux des plantes.

Par ses racines la plante puise des sels minéraux nécessaires à la nutrition, tels que $MgSO^4$, KCl, KNO^3, $NaCl$, $CaSO^4$, $CaH^4(PO^4)^2$, $Fe^3(PO^4)^2$, etc. à l'état de solution. L'oxygène absorbé de cette solution est transporté par les vaisseaux du xylème et transmis aux tissus végétaux des racines, du tronc et des branches de la plante. C'est dans ce réservoir d'oxygène absorbé que les cellules végétales puisent l'oxygène nécessaire à la respiration.

La circulation des solutions minérales dans les vaisseaux et par conséquent dans les tissus des plantes étant assurée par l'évaporation incessante des feuilles, on comprend que les cellules végétales, même les plus cachées dans l'intérieur du tronc et des racines, seront en contact incessant avec l'oxygène. Il va sans dire que les tissus superficiels des plantes, de même que les tissus superficiels des animaux, qui sont en contact direct avec l'air, puisent l'oxygène directement de l'air même.

Pendant la circulation, l'eau qui a cédé au fur et à mesure son oxygène se charge d'acide carbonique et des dérivés divers du processus vital et les amène jusqu'aux feuilles où la plante se décharge de ces excrétions et en premier lieu de l'acide carbonique, qui pendant le jour est utilisé dans le processus d'assimilation.

Dans les feuilles le courant nutritif et respiratoire vient une seconde fois en contact avec l'air et y puise, d'après la loi d'Henry Dalton, la quantité d'oxygène qu'il peut absorber. Le courant respiratoire est ainsi de nouveau

oxygéné et à partir de ce moment, muni des substances organiques élaborées par les feuilles, il devient descendant en suivant les vaisseaux du liber.

Les deux courants (le courant ascendant et le courant descendant) viennent en communication par les rayons médullaires, de la même façon que les vaisseaux sanguins des animaux communiquent entre eux par les vaisseaux capillaires. On se trouve chez les plantes en face d'un système circulatoire bien développé. Les sucs qui y circulent ont la fonction nutritive d'une part et la fonction respiratoire de l'autre. L'analogie physiologique des fonctions respiratoires des sucs chez les animaux et chez les végétaux est ainsi complètement établie et les idées sur l'analogie des fonctions végétales et animales énoncées par le génie de Claude Bernard trouvent de ce fait une nouvelle et éclatante confirmation.

Les organes qui entretiennent la circulation des sucs dans les plantes sont en premier lieu les feuilles, par la transpiration énorme qui s'y réalise. Pendant l'hiver la circulation est minime, minimes seront aussi les processus respiratoires. C'est pourquoi la plante demeure à l'état de *vita minima*. Cet état fait place au printemps, avec le développement des feuilles, à une augmentation des processus d'oxydation pour des raisons que j'ai déjà mentionnées.

MICROCHIMIE VÉGÉTALE — *Sur la nature protéolipoïdique des stérinoplastes du Lis blanc.* Note de M. **Marcel Mirande.**

Dans une Note récente (29 janvier) j'ai signalé la présence, dans l'épiderme des écailles bulbaires du Lis blanc, d'organites d'assez grande taille auxquels j'ai donné le nom de *stérinoplastes*. Ce sont des vésicules sphériques, à enveloppe assez épaisse, contenant un corps central de nature lipoïde laissant déposer sous forme cristalline, au voisinage de l'ébullition dans l'eau, une substance qui, ainsi que je le montrerai ultérieurement, est une *phytostérine*.

Pour étudier ces organites, les grossissements moyens du microscope suffisent. On les examine *in situ*, dans la cellule, en détachant à l'aiguille des lambeaux d'épiderme; en outre, une technique très simple permet de les isoler comme on ferait de grains d'amidon ou de chlorophylle : avec une aiguille triangulaire on frotte très légèrement la surface d'une écaille et l'on dépose sur la lame porte-objet le suc ainsi extrait qui contient, avec des grains d'amidon provenant de l'assise sous-épidermique, de nombreux

stérinoplastes. Pour rendre ces derniers plus apparents encore, on peut les colorer par le bleu de crésyl. Ces frottis, frais ou après dessiccation, sont aptes à être soumis aux réactifs d'étude les plus divers.

Les observations qui suivent ont pour but de déterminer la nature de l'enveloppe ou *manteau* de ces organites.

Si l'on traite, dans la cellule, les stérinoplastes par quelque solvant des matières lipoïdes, ils disparaissent, rapidement dissous de la périphérie au centre, semblant ne laisser aucun résidu; ce n'est là en effet qu'nne apparence.

Déjà, sans réactif, avec un peu d'attention, on peut constater que le manteau est bordé, extérieurement, par une mince zone finement granuleuse. Assez souvent on peut discerner, dans le reste de l'épaisseur du manteau, des stries concentriques plus ou moins ondulées. Divers agents (acides dilués, potasse, formol, etc.) font apparaître clairement la pellicule externe du manteau, la structure granuleuse des stries, et souvent une pellicule de même structure, mais plus dense, bordant le manteau à l'intérieur contre la masse centrale.

Traitons des stérinoplastes, isolés sur frottis, par le brun Bismarck en solution alcoolique (cette matière est d'ailleurs peu soluble dans l'eau). Sous l'influence de l'alcool les stérinoplastes se dissolvent rapidement, laissant à leur place, tout à fait intacte, sous la forme d'une vésicule sphérique vide, colorée en jaune brun, leur pellicule externe finement granuleuse; en outre, pendant les premiers instants, on peut voir, à l'intérieur de cette vésicule, un grand nombre de granulations colorées en jaune brun et agitées de mouvement brownien. Tout ce résidu, coloré par un réactif qui agit, en général, de la même manière sur les matières albuminoïdes, nous autorise déjà à penser qu'il est de nature albuminoïde. Dans ce cas, le manteau est constitué par une couche mince externe formant une pellicule protéique, et par une couche interne assez épaisse constituée par des zones granuleuses protéiques mélangées à une matière lipoïde; cette dernière couche est limitée, intérieurement, par une pellicule granuleuse plus dense et de nature également protéolipoïde.

Sous l'influence de l'alcool ou de quelque autre solvant des matières lipoïdes, la gangue lipoïde de la couche interne du manteau est dissoute, les stries granuleuses protéiques de cette couche sont disloquées, et seule demeure intacte la pellicule externe.

Les stérinoplastes se colorent par l'éosine à l'eau; si on les traite ensuite par l'alcool il ne reste plus d'eux que la vésicule formée par la pellicule externe colorée en beau rouge. Le bleu d'aniline colore la pellicule externe en bleu, les couches concentriques granuleuses protéiques de l'épaisseur du manteau en bleu plus clair; le passage de l'alcool laisse à la place des stérinoplastes leur pellicule externe vivement colorée. Enfin on peut simplement, sur frottis, traiter les stérinoplastes par un solvant des lipoïdes qui ne laisse intacte que la pellicule externe que l'iode colore en jaune.

Remarquons que les liquides ci-dessus sont des colorants des matières albuminoïdes. Appliquons maintenant aux stérinoplastes les réactions directes de ces matières; je ne citerai que les deux réactions qui m'ont donné les meilleurs résultats.

Par la réaction de Guesda (sulfate de nickel et ammoniaque), le manteau se colore en jaune; il s'élargit en gonflant légèrement, montre ses granulations colorées en jaune clair et la pellicule externe en jaune plus vif. La réaction commence dejà à froid si les proportions du réactif sont bien atteintes, par tâtonnement; sous l'action ménagée de la chaleur, on arrive à faire cristalliser le corps central à l'intérieur du manteau bien intact.

Après lavage à l'eau on fait passer de l'alcool qui dissout le corps central, disloque les zones granuleuses du manteau et laisse intacte la pellicule externe sous forme d'une vésicule sphérique colorée en jaune (réaction des matières alluminoïdes).

La réaction d'Axenfeld (chlorure d'or au $\frac{1}{1000}$ et une goutte d'acide formique), qui colore en rouge les matières aluminoïdes, colore le manteau en beau rouge; le corps central est à peine teinté. Après lavage à l'eau et passage de l'alcool il ne reste plus que la pellicule externe colorée en rouge.

Le nitrate d'argent ammoniacal n'est pas, à proprement parler, un réactif des matières alluminoïdes; les substances aldéhydiques, en général, le réduisent. Mais en l'occurence, il donne sur les stérinoplastes une intéressante indication basée sur les propriétés aldéhydiques que possède le protoplasme. Sous l'influence de ce réactif et par l'action ménagée de la chaleur, le manteau se colore en beau jaune, s'élargit, montre clairement ses couches concentriques et finit par devenir noirâtre. Après lavage à l'eau et passage de l'alcool il ne reste plus, des stérinoplastes, que leur pellicule externe finement granuleuse colorée en noir par le dépôt d'argent.

En résumé : le corps central des stérinoplastes est de nature lipoïde; le manteau est constitué par une couche externe mince uniquement protéique, et une couche interne plus épaisse, formée de matière protéique en stries concentriques granuleuses unies par de la matière lipoïde; il est limité, à l'intérieur, par une mince pellicule granuleuse plus dense mais également, semble-t-il, protéolipoïdique. Toute la couche interne est disloquée par dissolution de la gangue lipoïde, et ses débris protéiques restent au sein de la pellicule externe essentiellement protéique et qui reste intacte.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles recherches relatives à la présence de la loroglossine dans les Orchidées indigènes.* Note de M. **P. Delauney**, présentée par M. L. Guignard.

Dans deux Notes antérieures ([1]), j'ai établi que la loroglossine, glucoside isolé par Bourquelot et Bridel du *Loroglossum hircinum* Rich., existe aussi dans les cinq Orchidées suivantes : *Orchis Simia* Lam., *O. bifolia* L., *Ophrys aranifera* Huds., *O. apifera* Huds., *Cephalanthera grandiflora*

([1]) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 435, et t. 172, 1921, p. 471.

Babingt. J'ai traité par la méthode déjà indiquée [1] onze autres espèces de la même famille, savoir : *Epipactis latifolia* All., *E. atrorubens* Hoffm., *Ophrys muscifera* Huds., *Orchis pyramidalis* L., *O. conopsea* L., *O. purpurea* Huds., *O. Morio* L., *O. maculata* L., *O. latifolia* L., *O. mascula* L., *O. militaris* Huds., et j'ai pu extraire de chacune d'entre elles un glucoside cristallisé, qui a été identifié avec la loroglossine.

C'est donc un nouveau genre, le genre *Epipactis*, à ajouter à ceux dans lesquels la loroglossine avait été déjà décelée.

J'indiquerai seulement, pour chaque espèce nommée ci-dessus, les conditions de récolte de la plante et le pouvoir rotatoire du glucoside, qui en a été extrait. Je rappelle que la plante a toujours été traitée à l'état frais et que l'ensemble des parties aériennes (tige, feuilles, fleurs) a seul été utilisé.

Epipactis latifolia All. — Poids de plante traité : $2^{kg},145$, récoltés en diverses stations des environs de Paris en juin-juillet 1921.

Pouvoir rotatoire du glucoside : $[\alpha]_D = -42°,05$ [2]

$$(\alpha = -54'; \; p = 0^g,1070; \; v = 10^{cm^3}; \; l = 2).$$

Epipactis atrorubens Hoffm. — Poids de plante traité : $3^{kg},220$, récoltés le 10 juillet 1921 à Mairy-sur-Marne (Marne).

Pouvoir rotatoire du glucoside $[\alpha]_D = -41°,71$

$$(\alpha = -48'; \; p = 0^g,0959; \; v = 10^{cm^3}; \; l = 2).$$

Ophrys muscifera Huds. — Poids de plante traité : $1^{kg},165$, récoltés en mai-juin 1920-1921 en différents endroits aux environs de Paris.

Pouvoir rotatoire du glucoside : $[\alpha]_D = -42°,78$

$$(\alpha = -1°; \; p = 0^g,1753; \; v = 15^{cm^3}; \; l = 2).$$

Orchis pyramidalis L. — Poids de plante traité : $0^{kg},900$, récoltés le 11 juin 1914 et le 24 mai 1920 par M. Hérissey, au Boulay-Morin (Eure).

Pouvoir rotatoire du glucoside : $[\alpha]_D = -42°,60$

$$(\alpha = -1°14'; \; p = 0^g,2171; \; v = 15^{cm^3}; \; l = 2).$$

Orchis conopsea L. — Poids de plante traité : $1^{kg},340$, récoltés le 11 juin 1914 et le 24 mai 1920 par M. Hérissey, au Boulay-Morin (Eure).

Pouvoir rotatoire du glucoside : $[\alpha]_D = -42°,33$

$$(\alpha = -1°19'; \; p = 0^g,1555; \; v = 10^{cm^3}; \; l = 2).$$

---

(1) *Loc. cit.*

(2) Rappelons que Bourquelot et Bridel ont donné comme pouvoir rotatoire de la loroglossine $[\alpha]_D = -42°,97$.

Orchis purpurea Huds. — Poids de plante traité : $1^{kg},890$, récoltés à Lardy (Seine-et-Oise) et aux environs d'Evreux (Eure) en mai 1920.

Pouvoir rotatoire du glucoside : $[\alpha]_D = -42°,34$

$$(\alpha = -48'; \; p = 0^g,1417; \; v = 15^{cm^3}; \; l = 2).$$

Orchis Morio L. — Poids de plante traité : $5^{kg},230$, dont $0^{kg},800$, récoltés en mai 1914 par M. Bridel, à Lardy (Seine-et-Oise), et le reste aux environs de Treignac (Corrèze), en mai 1922.

Pouvoir rotatoire du glucoside : $[\alpha]_D = -42°,73$

$$(\alpha = -52'; \; p = 0^g,1014; \; v = 10^{cm^3}; \; l = 2).$$

Orchis maculata L. — Poids de plante traité : $2^{kg},580$, récoltés aux environs de Treignac (Corrèze) en mai 1922.

Pouvoir rotatoire du glucoside : $[\alpha]_D = -41°,66$

$$(\alpha = -50'; \; p = 0^g,100; \; v = 10^{cm^3}; \; l = 2).$$

Orchis latifolia L. — Poids de plante traité : $5^{kg},825$, récoltés à Esbly (Seine-et-Marne) le 28 mai 1922.

Pouvoir rotatoire du glucoside : $[\alpha]_D = -41°,50$

$$(\alpha = -50'; \; p = 0^g,1004; \; v = 10^{cm^3}; \; l = 2).$$

Orchis mascula L. — Poids de plante traité : $3^{kg},205$, récoltés à Treignac (Corrèze) le 22 mai 1922.

Pouvoir rotatoire du glucoside : $[\alpha]_D = -42°,35$

$$(\alpha = -52'; \; p = 0^g,1023; \; v = 10^{cm^3}; \; l = 2).$$

Orchis militaris Huds. — $1^{kg},580$ de cet *Orchis*, récoltés le 21 mai 1922 à l'Isle-Adam (S.-et-O.) et traités le 22, ont permis d'obtenir finalement, sur amorce avec de la loroglossine pure, une cristallisation très nette, mais la quantité de glucoside isolé était insuffisante pour qu'il pût être procédé aux purifications nécessaires en vue de déterminations numériques. Néanmoins, je crois pouvoir affirmer que la loroglossine existe dans cette espèce, comme dans toutes celles qui ont été mentionnées ci-dessus.

Le glucoside retiré de toutes ces espèces présentait d'ailleurs tous les caractères de la loroglossine : coloration rouge groseille par l'acide sulfurique concentré, forte rétraction vers $+130°$ par chauffage en tube capillaire pendant la détermination du point de fusion, formation d'un produit rougeâtre résinoïde au cours de l'hydrolyse par l'acide sulfurique dilué et d'un précipité blanc amorphe pendant l'hydrolyse fermentaire, par l'émulsine.

Ainsi la loroglossine a été isolée, jusqu'à présent, de 17 espèces d'Orchidées indigènes appartenant à cinq genres différents. Il est intéressant de retrouver le même glucoside dans des plantes assez dissemblables par leurs appareils végétatifs tels que les *Loroglossum*, *Orchis*, *Ophrys* d'une part et les *Cephalanthera* et *Epipactis* d'autre part.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Observations sur la nécrobiose du protoplasme végétal avec l'aide d'un nouveau réactif vital.* Note de M. **Paul Becquerel**, présentée par M. L. Mangin.

Depuis une quarantaine d'années, les belles recherches de Certes (1881), d'Henneguy (1883), de Pfeffer (1886), reprises plus récemment par de nombreux observateurs, particulièrement par Ruzicka, de Beauchamp, Dangeard, nous ont montré le parti que nous pouvions tirer des colorations vitales avec l'aide des couleurs basiques d'aniline pour l'étude du protoplasme vivant.

Ces colorants en solution aqueuse ne se fixent pas sur le cytoplasme et le noyau vivants; ils ne font que l'imprégner. Par contre le suc cellulaire, lorsqu'il est acide, les absorbe en produisant des combinaisons. La véritable coloration du cytoplasme et du noyau n'a lieu que lorsque la cellule est morte.

Nous avons donc là un moyen précieux, non seulement pour reconnaître dans un tissu cellulaire ce qui est mort ou vivant, mais encore pour suivre la décomposition du protoplasme, sa nécrobiose, c'est-à-dire son passage de la vie à la mort.

En poursuivant des recherches particulières sur la vitalité du protoplasme de la cellule de l'épiderme supérieur de la feuille écailleuse du bulbe de l'*Allium Cepa*, nous avons été amené à modifier la technique des auteurs précités.

Nous avons composé un réactif vital en mélangeant deux parties de bleu de méthylène, avec une partie de brun de Bismarck et une partie de rouge neutre, chaque colorant se trouvant dans de l'eau de source en solution aqueuse au $\frac{1}{10000}$. Ce réactif doit être constitué au moment de s'en servir. Il n'est pas très toxique puisque les épidermes peuvent rester vivants dans une goutte entre lame et lamelle pendant plus de 24 heures.

Lorsque les préparations sont réussies, la cellule par imprégnation présente une triple coloration. La membrane est verte, le protoplasme et le noyau jaune paille, la vacuole rose brun, les microsomes sphériques verdâtres, translucides. On voit ces derniers, qui ont été maintes fois décrits depuis Hanstein (1881), circuler dans le cytoplasme pariétal comme les globules du sang. Le spectacle en est impressionnant. C'est la première fois, à ma connaissance, qu'on signale l'existence de ces courants cyto-

plasmiques dans les cellules d'organe en vie ralentie. Les cellules de l'épiderme examiné à sec, venant d'être détaché de la feuille, présentent ces mouvements pendant plusieurs jours. Nous y reviendrons, d'ailleurs.

Aussitôt que la mort survient, soit par l'action de la chaleur, d'un poison, d'un fixateur, d'une blessure, d'un écrasement, de la plasmolyse ou de toute autre cause, l'aspect de la cellule change très rapidement; c'est le noyau qui paraît être le premier atteint. Sa coloration jaune paille devient verte avec des taches brunes; les deux nucléoles bleuissent. Le cytoplasme prend une teinte bleu verdâtre plus légère, pendant que la grande vacuole semble avoir disparu, son suc cellulaire coloré ayant été absorbé par le cytoplasme.

Dans ce phénomène de changement de coloration indiquant le passage de la vie à la mort, il est intéressant de noter que ce n'est pas le colorant de la vacuole centrale qui teinte le cytoplasme et le noyau morts, comme cela se passe ordinairement, lorsqu'on emploie un seul colorant vital. En effet la vacuole est colorée en rose brun par le rouge neutre et le brun de Bismarck; mais c'est le bleu de méthylène qui momentanément inactif a pris, au moment de la mort, le dessus sur les deux autres colorants du mélange.

Cette triple coloration plus sensible qu'une coloration unique m'a permis de déterminer d'une façon précise, au moins pour le cytoplasme de l'épiderme du bulbe de l'*Allium Cepa* qui a le grand avantage de ne pas être masqué par une accumulation de plastes et de substances de réserves, quelle est la différence de structure qui sépare le cytoplasme vivant du cytoplasme mort.

En effet le cytoplasme vivant, dont la couche pariétale et les trabécules traversant la vacuole centrale se détachent nettement sur le fond légèrement coloré du suc cellulaire, se présente *comme une substance homogène, sans structure, transparente* plus visqueuse sur la surface en contact avec la membrane ou avec le suc cellulaire. Son intérieur est suffisamment fluide pour être parcouru par des courants qui modifient sa répartition dans la cellule. Ce cytoplasme fluide, examiné directement à l'ultramicroscope en dehors de tout colorant, paraît optiquement vide. Dès que sous une cause quelconque, la nécrobiose se manifeste, et cela en quelques secondes, on observe les changements physiques suivants. La turgescence disparaît, le cytoplasme *prend une structure*, il se transforme en une gelée granuleuse, spongieuse, vacuolaire, qui à l'ultramicroscope n'est plus optiquement vide.

Cette coagulation de la substance fondamentale du cytoplasme se suit facilement au microscope, on la voit souvent partir du noyau, gagner la partie pariétale, envahir les ramifications extrêmes où le courant s'arrête comme figé. Les microsomes n'avancent plus; comparables à des glaçons charriés, après avoir oscillé sur place pendant quelques secondes, ils s'immobilisent faisant corps avec le milieu devenu granuleux. La nécrobiose est terminée, le cytoplasme est mort. Les phénomènes qui surviendront plus tard comme ceux de la dégénérescence graisseuse du protoplasme, l'autolyse des corpuscules, du noyau, etc. n'ont plus aucun intérêt pour expliquer la mort.

La conclusion qui se dégage de ces observations, c'est que, quelle que soit la manière dont le protoplasme végétal est tué, *son passage de la vie à la mort se traduit toujours par une transformation colloïdale irréversible de la substance fondamentale du cytoplasme et du nucléoplasme.*

Cette transformation nettement mise en évidence, soit par l'ultramicroscope, soit au microscope par le changement de coloration de notre réactif vital (bleu de méthylène, brun de Bismarck, rouge neutre), montre que le protoplasme passe de l'état d'un gel homogène à un état de gel granuleux hétérogène plus ou moins vacuolaire ou réticulaire selon son genre de mort.

Cette modification moléculaire indiquant un changement de la nature de l'électricité des molécules du gel du cytoplasme, qui de négative pendant la vie est devenue positive après la mort puisqu'à ce moment seulement elles absorbent les molécules chargées d'électricité négative du bleu de méthylène, doit également s'accompagner d'une modification chimique de nature inconnue lui conférant l'irréversibilité.

Enfin ces phénomènes de nécrobiose, il n'est pas inutile de le souligner, attirent de nouveau l'attention sur l'importance biologique capitale de la substance fondamentale du protoplasme que les cytologistes dans ces dernières années ont quelque peu négligée en attribuant aux microplastes divers, mitochondries, microsomes, le rôle essentiel dans les manifestations des phénomènes de la vie cellulaire.

Ce rôle biologique est si peu essentiel, que les protoplames des végétaux les plus rudimentaires ne possèdent ni chondriome, ni plastidome, ni sphérome, tels ceux de nombreuses espèces de Cyanophycées qui, après avoir traversé des millions de siècles depuis leur apparition à la surface de la Terre, n'en manifestent pas moins aujourd'hui la plus prodigieuse vitalité.

BOTANIQUE. — *Recherches biologiques sur des plantes à tiges rampantes.* Note de M. G.-L. **Funke**, présentée par M. J. Costantin.

Les tiges rampantes et dressées d'une même plante présentent le plus souvent des structures très différentes; les circonstances dans lesquelles elles croissent sont aussi très différentes, surtout aux deux points de vue suivants : d'abord, les tiges rampantes poussent d'une façon générale dans une direction perpendiculaire à celles de la pesanteur, y sont soumises pendant toute leur vie, tandis que les tiges dressées se dirigent de bas en haut; de plus, l'état hygrométrique est toujours de beaucoup plus élevé dans les couches d'air les plus rapprochées du sol, entre les herbes, là où poussent les tiges rampantes, que dans les couches d'air situées au-dessus, là où se trouve la plus grande partie des tiges dressées.

Le but de mes expériences était de chercher si vraiment ces deux facteurs entrent pour quelque chose dans la différence de structure des deux sortes de tiges. J'ai fait deux séries de recherches; d'une part, les plantes comparables le plus souvent du même pied étaient cultivées dans une atmosphère sèche et dans une atmosphère très humide; d'autre part, je conduisais des stolons d'une même plante de bas en haut ou inversement et horizontalement, tous au même état hygrométrique. J'ai obtenu une atmosphère sèche et humide sous des cloches, où une différence d'état hygrométrique de 40° à 50° s'est maintenue pendant toute la durée de mes expériences.

Les plantes sur lesquelles ont porté ces recherches (*Potentilla reptans*, *P. anserina*, *Glechoma hederacea*, *Lysimachia nummularia*, *Hieracium pilosella*, *Fragaria vesca* et *Ajuga reptans*) étaient prises dans la forêt de Fontainebleau et transportées, puis replantées au Laboratoire de Biologie végétale. Ces diverses cultures n'ont été établies qu'un peu tard en saison, vers la mi-juin, de telle sorte que la question ne peut être considérée que comme à peine entamée; néanmoins, ces quelques essais permettent de voir quel est l'intérêt de la question et de mettre en évidence certaines adaptations immédiates.

Les plantes sous les cloches à l'air humide, dont toutes les parties étaient très flasques, avaient l'aspect mince et allongé; les rares feuilles étaient anormalement étroites et très peu couvertes de poils; parfois même elles avaient une forme tout à fait différente de la normale. Les plantes dans l'air sec, au contraire, étaient très solides, peu développées en longueur, mais aux tiges rigides et aux feuilles larges, avec abondance de poils. Quelques chiffres peuvent donner une idée de l'aspect tout

à fait différent entre les deux sortes de plantes. Je cite des mesures moyennes, entre beaucoup d'autres, de quelques parties principales (les chiffres entre parenthèses indiquent le nombre d'échantillons dont a été prise la moyenne) :

	Air humide.		Air sec.	
	cm		cm	
Hieracium pilosella stolons	24	(9)	8,5	(17)
Fragaria vesca stolons	80	(6)	25	(5)
Potentilla reptans internœuds des stolons	9	(34)	3,75	(39)
» pétioles	13	(41)	2,75	(84)
Potentilla anserina, longueur des feuilles	34,5	(8)	14	(6)
Lysimachia nummularia stolons	51	(6)	9	(7)
Glechoma hederacea stolons	40 à 50		10 à 12	

L'anatomie montre des différences, analogues à celles de l'extérieur. En général, on peut dire que les plantes de l'air humide diffèrent de l'état normal sous les rapports suivants : le parenchyme est beaucoup plus développé, de façon que les tiges et les pétioles soient plus épais. Les dimensions des cellules, cependant, sont à peu près égales à celles des plantes normales. Les vaisseaux, au contraire, sont de deux à trois fois plus larges, mais aux parois minces et très peu en nombre. Le sclérenchyme aussi est faiblement développé et les cellules ont de larges lumens. L'anneau libéro-ligneux, avec tous les éléments de soutien, est démesurément faible en rapport avec le gros diamètre des stolons et des tiges. Les points végétatifs montrent clairement l'allongement et la minceur dont toute la plante est caractérisée. Les feuilles n'ont que la moitié de l'épaisseur normale, ce qui est dû au développement très insuffisant du parenchyme en palissade. Les rares fleurs qui ont paru (chez le *Hieracium pilosella*) étaient, elles aussi, peu touffues, avec des bractées extrêmement minces. Chez les plantes dans l'air sec, à peu près le contraire pouvait être constaté dans tous les points énumérés [1].

Il est à remarquer que non seulement les nouvelles pousses qui paraissaient sous les cloches prenaient les caractères que je viens de décrire, mais que, surtout dans l'air saturé, aussi des parties adultes montraient une adaptation semblable aux nouvelles circonstances; ce qui prouve que,

---

[1] Cf. Lhotelier, *Influence de l'état hygrométrique et de l'éclairement sur les tiges et les feuilles des plantes à piquants* (Paris, Thèse, 1893). — Eberhardt, *Influence de l'air sec et de l'air humide sur la forme et la structure des végétaux* (Paris, Thèse, 1903).

même à un âge où dans la nature la plante ne se change plus, il reste une grande puissance d'adaptation, aussi bien pour la division de cellules dans le parenchyme, que pour l'élargissement de vaisseaux dont les parois semblent déjà fixes et plus capables de croissance.

Le temps disponible pour les expériences n'a pas encore suffi à donner des résultats pour les tiges conduites dans les diverses directions. Seulement pour la piloselle il est à rapporter que parmi les stolons il y en avait qui se terminaient en un capitule, chose que je n'ai jamais trouvée dans la nature. Or, dans ces plantes-ci, on trouvait les capuchons de sclérenchyme, couronnant les faisceaux libéro-ligneux, qui sont caractéristiques pour les tiges florifères et moins nets dans tous les stolons, conduits ou libres. Si le sclérenchyme était très peu développé, on trouvait toujours aux mêmes endroits, des masses assez grandes de collenchyme. Aussi, même sans être soutenues, ces tiges, parfois très longues, étaient rigides et se maintenaient verticales ou horizontales. Le développement du bois en même temps, était de deux à trois fois plus fort que d'ordinaire; jamais je n'ai pu constater ceci chez des stolons rampant par terre, mais bien chez une plante qui poussait sur la crête d'un mur et dont les stolons poussaient horizontalement dans l'air.

Mes résultats, bien que provisoires, montrent très clairement une grande capacité d'adaptation, peu soupçonnée même chez des parties adultes d'une plante, une adaptation qui peut aller jusqu'à la formation de tissus, qui n'existent pas dans les circonstances ordinaires.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence du cuivre sur la fermentation lactique.* Note de M. **Marc Fouassier**, présentée par M. Lindet.

MM. Springer ont antérieurement signalé l'action antiseptique de traces de cuivre fortuitement introduites dans le lait par les appareils industriels. Les sels de cuivre à la dose de $\frac{1}{250\,000}$ sont, d'après ces auteurs, nettement antiseptiques vis-à-vis le *Clostridium fœtidum* et certains *Proteus*.

M'inspirant de ces travaux, j'ai étudié l'influence que le contact de quelques métaux avec les ferments lactiques était susceptible d'exercer sur ces ferments, agissant dans le lait en diverses circonstances.

J'ai envisagé dans ce but les trois cas suivants :

1° Influence de la présence des métaux sur l'acidification d'un lait soumis à la fermentation lactique;

2° Influence du contact préalable des métaux avec un lait soumis ensuite à la fermentation lactique en l'absence de ces métaux;

3° Influence antiseptique des métaux sur les ferments lactiques en dilution aqueuse.

Mes expériences ont été exécutées sur du lait complet, homogénéisé, réparti par fractions de 10^{cms} dans des tubes à essai, puis stérilisé. Les métaux mis en œuvre, aussi purs que possible, se présentaient sous la forme lamellaire : leur surface totale était d'environ 10^{cm^2}. L'ensemencement du lait par les ferments lactiques a été effectué par quelques gouttes d'une dilution de ces ferments dans l'eau stérile, et la détermination de son acidité a été pratiquée par la méthode habituelle, après un même temps d'incubation pour les témoins et les essais.

Une première série d'essais, dans laquelle les métaux suivants : Zn, Al, Pb, Ag, Fe, Ni, Cu, Sn, se sont trouvés en contact avec le lait pendant le travail microbien, m'a permis d'observer que l'acidification de ce lait était sensiblement plus rapide en présence du fer, et de beaucoup retardée en présence du cuivre, par rapport aux autres métaux expérimentés. Les résultats fournis par ces derniers se rapprochent de ceux constatés pour un lait témoin qui n'avait subi aucun contact métallique.

L'action retardatrice du cuivre ayant plus spécialement retenu mon attention, ce sont les résultats enregistrés dans le cas de ce métal que je résume dans le Tableau suivant, qui exprime l'acidité, en grammes d'acide lactique, par litre :

Acidification du lait par le ferment lactique.		Contact préalable du cuivre et du lait pendant 8 heures. Acidification en l'absence de ce métal.	
Sans cuivre.	En présence du cuivre.	Non influencé.	Influencé.
5,0	3,5	5,6	2,1
5,2	4,3	5,9	4,8
5,6	4,8	6,0	5,0
6,1	5,4	6,0	4,9

	Ensemencements successifs dans le lait de dilutions aqueuses de ferments lactiques conservés.	
	Sans cuivre.	En présence du cuivre.
Après 1 heure	4,6	4,6
» 2 heures	5,1	4,1
» 4 »	5,6	3,0
» 6 »	4,1	2,0

Acidité du lait témoin : 2,0

On remarque, d'après les chiffres qui figurent à ce Tableau, que, comme je l'ai signalé plus haut, la présence du cuivre retarde l'action acidifiante des ferments lactiques ensemencés dans le lait; que cette action retardatrice se manifeste non moins apparemment dans le cas d'un lait influencé pendant un temps limité, par le contact du cuivre, antérieurement à l'action des ferments lactiques; enfin, que le ferment lactique en suspension dans l'eau pure et stérile, soumis, par conséquent, à des conditions de vitalité défavorables, perd progressivement cette vitalité en présence du cuivre, alors qu'il la conserve en son absence. Ce dernier cas montre nettement l'action antiseptique du cuivre vis-à-vis le ferment lactique, dans les conditions de l'expérience, et explique l'influence retardatrice de ce métal sur l'action de ces mêmes ferments en évolution dans le lait.

En contact avec l'eau ou avec le lait, le cuivre, en fonction de sa surface, abandonne rapidement à ces liquides une quantité impondérable de métal, cependant décelable et dosable colorimétriquement par la méthode de MM. Maquenne et Demoussy. Cette quantité de métal solubilisé s'ajoute à celle dont MM. Fleurent et Lévi ont constaté la présence naturelle dans le lait, pour jouer, à un certain taux, le rôle d'agent antiseptique. Dans mes expériences, ce taux a été de $3^{mg},5$ par litre pour le cas de l'eau, et $4^{mg},5$ pour le cas du lait. On peut supposer également que le métal agit par sa seule présence, comme cela a lieu pour l'argent vis-à-vis l'*Aspergillus niger*.

J'étudie certaines méthodes de la pratique laitière où le lait se trouve directement en contact avec le cuivre, comme c'est le cas notamment dans la fabrication du fromage de Gruyère. Les résultats de mes expériences m'autorisent à rechercher si la présence du cuivre est susceptible d'influencer dans le même ordre la conduite de cette fabrication.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les éléments minéraux du sang.* Note de MM. A. **Desgrez** et J. **Meunier**, présentée par M. Ch. Moureu.

En mettant en œuvre les procédés que nous avons décrits dans une Note précédente [1], nous avons obtenu, à l'état cristallisé, les sels solubles provenant du sang de cheval, soit des cendres du sang total, soit de celles

[1] *Comptes rendus*, t. **171**, 1920, p. 179.

du sérum. Nous avons ensuite soumis à l'analyse spectrographique, par la flamme de l'hydrogène [1], les cristaux constituant les différentes fractions de la cristallisation. Dans ceux-ci, les éléments alcalins à caractériser sont le sodium, le potassium et le lithium. Les plaques photographiques qu'il est préférable d'employer pour le potassium sont les plaques au gélatino-iodure, bande bleue. Elles donnent la raie composée ultraviolette 404, pour les moindres traces de potassium; elles sont suffisantes aussi pour le sodium, qui ne marque, par la raie D, que s'il fait réellement partie de la substance et non pas quand la flamme est simplement colorée par les poussières de l'air, pourvu toutefois que celles-ci ne soient pas très abondantes. De telles plaques n'étant pas sensibles aux rayons rouges, ne fournissent aucune indication sur la présence du lithium. Il faut, pour ce métal, recourir aux plaques panchromatiques Wratten, sensibilisées pour le rouge et l'infrarouge.

Ces plaques montrent la raie 670 du lithium quand il se trouve en proportion 2000 ou 3000 fois moindre que le sodium dans le mélange, ainsi que la raie infrarouge 740 du potassium, dès que la proportion en est tant soit peu sensible. Toutefois, elles sont notablement plus lentes que les plaques usuelles, surtout au fur et à mesure qu'elles sont plus anciennement préparées; il faut donc, quand on les emploie, ouvrir plus largement la fente du spectroscope et prolonger la durée de l'exposition. La fente est ouverte de $\frac{1}{10}$ à $\frac{2}{10}$ de millimètre pour celles-ci, tandis que l'ouverture, pour les plaques au gélatino-iodure, ne doit être que de $\frac{1}{100}$ à $\frac{2}{100}$ de millimètre, si l'on veut obtenir des raies fines et nettes. Les spectres sont accompagnés de l'échelle micrométrique qui permet d'attribuer, avec certitude, chaque raie à l'élément qui l'a fournie. En pratique, les raies caractéristiques étant peu nombreuses, l'attribution n'offre aucune difficulté.

Cendres du sérum. — Ces cendres ont été traitées par l'eau chaude et la solution a été séparée au moyen de l'entonnoir à vide. Les premiers cristaux qui se forment, au cours de l'évaporation, sont de beaux cristaux cubiques, parfois complètement déformés par des facettes octaédriques dont le développement est prépondérant.

Ils ont donné, sur plaque panchromatique, la raie D, débordée, de chaque côté, par des bandes dégradées dont la production est favorisée par la largeur d'ouverture de la fente : la bande dégradée de gauche s'étend

---

(1) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 25, p. 58; *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 561 et 678.

jusque près de la raie 670; celle de droite jusque près de la raie 568 du sodium. Ce métal, en effet, fournit, dans la flamme de l'hydrogène, non seulement la raie D, mais encore les raies secondaires 568 et 498, bien connues, et, en particulier, deux autres qui le sont moins et qui ont, approximativement, les longueurs d'onde 467 et 450. Les premiers cristaux dont nous parlons sont constitués par du chlorure de sodium pur, contenant des trace infimes de potassium et aucunement de lithium. Au contraire, le deuxième dépôt est déjà différent; la partie du spectre afférente au sodium ne s'est pas accrue, mais la raie 404 du potassium est devenue forte et le lithium est nettement indiqué par sa raie 670, plus faible cependant que la raie 568 du sodium. L'accroissement de la proportion du potassium et du lithium s'accentue dans les cristaux déposés successivement. Ceux du quatrième dépôt donnent une raie aussi intense que la raie 568, la raie infrarouge du potassium se manifestant également. Dans les dépôts suivants, les cristaux changent d'aspect; il y apparaît des aiguilles de phosphates et de carbonates alcalins.

La proportion du lithium, par rapport à celle du sodium, a beaucoup augmenté dans la solution. On le reconnaît à ce que l'intensité de la raie 670 atteint puis dépasse celle de la raie 568. Finalement, l'évaporation de l'eau mère ayant donné six dépôts cristallins successifs, fournit un résidu donnant un spectre où la raie 670 est relativement intense, et l'on peut estimer qu'elle indique une proportion de lithium qui correspond environ à $\frac{1}{500}$ de celle du sodium.

Le lithium, passé en solution aqueuse, en même temps que les sels solubles, peut donc y être accumulé, mais la totalité du lithium existant dans le sang ne suit pas les autres sels alcalins dans la solution, ainsi que nous l'avons reconnu, particulièrement en étudiant le sang total.

Sang total. — Ce qui vient d'être dit s'y applique d'une manière générale. Les cendres traitées par l'eau donnent une solution qui fournit des cristaux analogues aux précédents et laisse un résidu ferrugineux qui retient énergiquement une assez forte proportion de lithium. Des lavages à l'eau chaude répétés, sur le filtre à vide, ne dépouillent pas complètement ce résidu des métaux alcalins, et, même après cette opération, le lithium paraît y demeurer abondamment par rapport à la proportion dans laquelle il existe dans le sang; on peut en dire autant du potassium.

Le sodium, au contraire, semble être retenu moins énergiquement. La raie D, sur les spectres pris sur plaques panchromatiques, n'est plus

accompagnée des deux bandes dégradées dont il est question plus haut; la raie 568 est absente, de même que les autres raies secondaires du sodium. Au contraire, la raie 670 du lithium apparaît plus intense que tous les autres spectrogrammes où les sels solubles l'ont fournie. Le potassium est accusé par la raie 404, très forte, de même que par la raie 740, laquelle n'apparaît pas lorsque la proportion de ce métal est trop faible.

Ces résultats présentent l'intérêt de mettre en évidence une certaine affinité sélective entre les composés minéraux existant dans le sang et l'ensemble des éléments de ce liquide. Il est vrai que les opérations qui viennent d'être analysées ont porté sur des cendres, c'est-à-dire sur des résidus de destruction organique, mais elles nous ont amenés à opérer sur des éléments du sang préalablement préparés. Nous pouvons dire, dès aujourd'hui, que nous avons trouvé la confirmation de ces premières observations, dans une nouvelle étude dont nous exposerons prochainement les détails.

BIOLOGIE. — *Expériences montrant la non-hérédité d'un caractère acquis.* Note de MM. **L. Cuénot**, **R. Lienhart** et **M. Mutel**.

Le caractère acquis est une modification corporelle apparaissant chez un être vivant, à un âge quelconque, résultant visiblement de l'action d'une cause extérieure et accidentelle, à tel point que, si cette cause n'était pas intervenue, la modification ne se serait assurément pas produite. Pendant longtemps, on a cru sans conteste que le caractère acquis était transmissible, c'est-à-dire que des parents ayant acquis quelque chose procréaient une génération qui présentait plus ou moins complètement, tout au moins à l'état de rudiment, la modification corporelle acquise, *en l'absence de la cause extérieure qui l'avait provoquée chez les parents*. Lamarck et son école ont fait de cette hérédité des caractères acquis le point d'appui exclusif de leur théorie de l'adaptation, et Darwin l'acceptait également. Mais depuis 1883 (*Essai sur l'Hérédité*, de Weismann), on a été amené à douter formellement de cette hérédité, surtout parce que l'on ne comprend absolument pas comment une modification corporelle acquise peut s'inscrire dans les cellules germinales; d'ailleurs il a été définitivement démontré que les mutilations d'organes tels que la queue, les membres, les oreilles, etc., ne sont aucunement transmissibles. Quant aux autres caractères acquis (effet

de l'usage, du non-usage, des conditions de milieu, etc.), les preuves expérimentales de leur hérédité sont rares, médiocres et n'entraînent pas la conviction, ou sont passibles de critiques qui les annulent. Le problème reste donc toujours posé.

Une nouvelle méthode d'attaque de la question donne un grand espoir de pouvoir répondre par oui ou par non; elle consiste à agir sur un organe qui n'est pas indispensable à la vie (en l'espèce l'œil ou le cristallin), non pas en le supprimant par exérèse, mais en provoquant sa dégénérescence sur place par une action spécifique. Le point de départ de la méthode est l'observation de Bouchard et Charrin (1886) sur la production de cataracte chez le Lapin adulte à la suite d'ingestion de naphtaline; H. Pagenstecher (1911) a répété cette expérience, mais en opérant cette fois sur des Lapines gestantes, à une certaine période favorable du développement du fœtus; il a observé que les petits présentent très fréquemment des malformations oculaires et notamment des cataractes produites incontestablement par l'intoxication naphtalinique ayant passé par la voie placentaire.

Guyer et Smith (1920) emploient une méthode différente mais parallèle (injection à des Lapines gestantes de sérum de Poule préparée avec des cristallins de Lapin, et renfermant une cristallolysine) : la cristallolysine n'agit pas sur les yeux des Lapins adultes (ce qui arrive parfois avec la naphtaline), mais elle passe à travers le placenta et affecte les fœtus; beaucoup meurent; ceux qui survivent présentent parfois (9 cas sur 61 petits) des accidents oculaires variés, microphtalmie, opacité du cristallin, etc.

Nous sommes donc en présence d'un caractère acquis certain, car si l'on n'avait pas donné de sérum préparé ou de naphtaline aux mères, les yeux des petits auraient été sains; il a l'avantage d'être acquis à une époque extrêmement précoce de la vie, la dégénérescence continuant à évoluer pendant plusieurs mois après la naissance. Ce sont là des conditions incomparables pour étudier l'hérédité. Or Guyer et Smith d'une part, et Duerst [Cobayes traités par la méthode de Pagenstecher (1920)] d'autre part, annoncent que *ce caractère acquis est héréditaire* et passe plus ou moins irrégulièrement aux générations suivantes, le nombre des petits à yeux touchés (nés de croisements consanguins) devenant de plus en plus grand à mesure que l'on s'éloigne des mères gestantes qui ont seules reçu le traitement anti-oculaire. C'est un résultat de la plus haute importance, susceptible de modifier profondément nos idées sur les relations entre le soma et le germen, la constitution du patrimoine héréditaire, les processus de l'évolution, etc.

Mais avant d'en tirer les conséquences considérables qu'elles comportent, il est nécessaire que ces expériences soient refaites plusieurs fois par d'autres observateurs. C'est ce que nous avons tenté; le procédé à la naphtaline donnant des résultats presque constants, et étant beaucoup plus commode que celui de Guyer et Smith, nous l'avons employé exclusivement (¹).

Première expérience. — Une Lapine gestante subit le traitement; elle devient brusquement aveugle entre la deuxième et la troisième ingestion, et donne naissance à 9 petits *tous aveugles*. Deux de ces petits, un mâle et une femelle, sont croisés à l'âge convenable (9 mois) et donnent une portée de 8 petits, *tous à yeux parfaitement normaux*.

Deuxième expérience. — Une Lapine a subi le traitement à trois reprises différentes, mais, réfractaire, elle n'est pas devenue aveugle. Après le troisième traitement, elle donne 7 petits mort-nés, dont les cristallins étaient tous cataractés. Cette Lapine est fécondée ensuite par un mâle d'une autre famille, aveugle à la suite d'un traitement naphtalinique subi par sa mère gestante; elle a une portée de 6 petits, *tous à yeux parfaitement normaux*.

Ces deux expériences sont complémentaires l'une de l'autre; en effet, supposons que le caractère acquis par les petits des mères traitées soit imprimé dans les cellules germinales de ceux-ci, il se peut que les facteurs correspondant à l'anomalie (symbole A) aient la valeur de facteurs mendéliens, dominés par ceux des yeux normaux (symbole N); l'expérience n° 2 est donc un croisement $N \times A$, et comme par hypothèse N domine A, les petits doivent être normaux, ce qui est conforme au résultat réel; mais alors l'expérience n° 1 est un croisement $A \times A$, et les petits devraient tous être aveugles.

Nous ne prétendons pas, malgré la netteté de nos résultats, que ces deux expériences suffisent pour affirmer, à l'encontre de Guyer et Smith et de Duerst, la non-hérédité du caractère acquis; il faut qu'elles soient répétées. Jusqu'ici ce n'est qu'une contribution à la grave question qui depuis 40 ans divise les biologistes.

(¹) Technique : 1g,50 de naphtaline par kilogramme d'animal, dissoute à 20 pour 100 dans l'huile tiède, introduite dans l'œsophage par une sonde, la Lapine étant à jeun. Le traitement comporte trois doses égales, données à des intervalles de 2 jours, à partir du 20e jour de la gestation.

PHYSIOLOGIE. — *De l'utilisation par l'organisme des vitamines C introduites par voie parentérale.* Note de MM. **Ed. Lesné** et **M. Vaglianos**, présentée par M. Ch. Richet.

Holst et Frölich (¹) ont constaté l'influence des vitamines C injectées dans la cavité péritonéale, tandis que Harden et Zilva (²) ont signalé que l'injection sous-cutanée ne produisait aucun effet utile. Hess en 1917 a traité avec succès par les injections intraveineuses de jus d'orange plusieurs nourrissons atteints de maladie de Barlow à forme grave. Cette thérapeutique a été fort bien tolérée par les enfants, et les manifestations scorbutiques ont rétrocédé très rapidement.

Nous avons rapporté au Congrès français de Médecine de 1922 des expériences démontrant que la vitamine B extraite de la levure de bière avait après injection sous-cutanée une action efficace, et qu'on pouvait ainsi faire disparaître les symptômes d'avitaminose se montrant chez des jeunes chiens allaités par une chienne dont l'alimentation était carencée en vitamine B.

La vitamine C est elle aussi active par injection parentérale?

Rien n'est plus aisé que de mettre en évidence chez des cobayes la carence de la vitamine C. Nourris exclusivement avec des aliments stérilisés 1 heure à 120°, ces animaux meurent en 4 semaines au plus en présentant les signes et les lésions caractéristiques du scorbut.

C'est donc chez le cobaye que nous avons étudié l'utilisation par l'organisme de la vitamine C introduite par voie parentérale. Comme source de vitamine C nous avons employé le jus d'orange très mûre, recueilli aseptiquement, porté 2 minutes à 90°, et employé frais; car la vitamine C disparaît par vieillissement. Ce jus d'orange était alcalinisé avec une quantité minime de lessive de soude au moment de l'emploi.

Nous avons choisi des femelles pleines ou venant de mettre bas afin d'apprécier l'influence de la vitamine et sur le développement du fœtus (³) et sur la lactation. Pendant la gestation, le jus d'orange était injecté sous

(¹) *Z. f. Hyg. und Infectionsk.*, t. 72, 1912, p. 1.

(²) *Biochem. J.*, t. 92, 1918, p. 259.

(³) Les fœtus de femelles soumises au régime carencé succombent avec des lésions scorbutiques.

la peau, et après la naissance des petits nous avons employé la voie intrapéritonéale. Dans tous les cas ces injections ont été bien tolérées et n'ont provoqué aucun incident.

Première expérience. — Une femelle de cobaye est soumise au régime carencé en vitamine C dès le jour où elle met bas trois petits. Elle reçoit chaque jour sous la peau ou dans le péritoine 3^{cm^3} de jus d'orange. Elle reste en parfaite santé pendant les 60 jours que dure l'expérience.

Deuxième expérience. — Une femelle pleine est soumise au même régime carencé et reçoit chaque jour une injection sous-cutanée de jus d'orange. Vingt jours plus tard elle met bas 3 petits de poids normal. Cinquante-cinq jours après le début de l'expérience l'animal est toujours en parfaite santé.

Troisième expérience. — Faite dans les mêmes conditions que la précédente : 12 jours après le début des injections naissent 3 petits dont le développement est normal. La femelle est en excellent état 55 jours après le début de l'expérience.

Ces animaux se comportent absolument comme des sujets nourris normalement; car, si l'on supprime les injections de vitamine C en maintenant l'alimentation carencée, ils meurent du scorbut en 3 ou 4 semaines, exactement comme des cobayes témoins.

Ces expériences sont assez décisives pour permettre des conclusions générales.

On savait que les vitamines C sont pour l'organisme un aliment absolument nécessaire. Mais nos expériences prouvent que la voie d'introduction de ces vitamines est indifférente, c'est-à-dire *qu'on peut les faire pénétrer soit par ingestion, soit par injection.*

Nul doute que ce fait nouveau ne trouve de fréquentes applications à la thérapeutique.

ZOOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Production expérimentale du gynandromorphisme biparti chez les Oiseaux.* Note (¹) de MM. **A. Pézard, Knud Sand** et **F. Caridroit**, présentée par M. Ch. Gravier.

Sous le nom de gynandromorphisme biparti, on désigne une anomalie extrêmement rare, qui a été découverte principalement chez les Insectes et les Oiseaux, dans des espèces où le dimorphisme sexuel est particulièrement frappant. Elle consiste dans une division du corps en deux moitiés de sexua-

(¹) Séance du 19 février 1923.

lité extérieure différente, l'une d'aspect mâle, l'autre d'aspect femelle. Chez les Oiseaux, l'autopsie a montré que l'on se trouvait en présence d'hermaphrodites, porteurs de glandes diversement développées, fonctionnelles ou non. L'un de nous a émis récemment une explication fondée sur ses recherches antérieures ([1]) : les résultats ci-dessous apportent indirectement, à cette manière de voir, une base expérimentale solide.

I. *Pseudo-gynandromorphisme biparti.* — Nos premières recherches portent sur l'Ignicolore, *Erythromelana franciscana*, très en vogue dans les oisellerie parisiennes.

Alors que la femelle ressemble en plus petit à notre moineau (tête plus fine, gorge grise, ventre blanc, toutefois), le mâle en parure de noces possède un plumage éclatant (tête et dos rouges, gorge et ventre noir velouté, sus et sous-caudales écarlates); il est vrai que cette parure de noces ne dure que deux ou trois mois; dans l'intervalle, le sujet revêt le plumage terne de la femelle. Ajoutons que des expériences inédites, analogues à celles de Beebe sur les Tanagras, nous ont montré que la parure de noces peut persister longtemps si, au moment théorique de la mue, on maintient les sujets à une température constante assez élevée.

En décembre 1922, nous prenons trois Ignicolores *en parure de noces complète;* à deux d'entre eux, nous enlevons le plumage qui recouvre une



Fig. 1. — Au milieu, Ignicore témoin (tête rouge, ventre noir). A droite et à gauche, deux pseudo-bipartis : à gauche, ventre blanchâtre et tête grise.

moitié du corps, sauf rémiges et rectrices; puis, pour retarder la mue de l'autre moitié, nous plaçons ces sujets ainsi que le témoin dans une chambre-étuve à température constante (25°). Nous constatons bientôt la

([1]) A. Pézard, *Notion de seuil différentiel et explication humorale du gynandromorphisme des Oiseaux bipartis* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1573).

poussée de nouvelles plumes dans toute la partie dénudée, plumes grises ou blanches d'aspect femelle. Au bout de six semaines, cette poussée se termine alors même que la mue n'a pas encore commencé de l'autre côté (*fig.* 1). Malgré l'apparence, il ne s'agit pas ici de véritables gynandromorphes, puisque le plumage clair apparaît sur le mâle après la parure nuptiale.

II. *Vrai gynandromorphisme biparti.* — Nos expériences portent sur un lot de volailles de race Leghorn, doré ou blanc. Nous savons d'une part que la mue d'automne assure au coq un plumage dit mâle qui persistera jusqu'à la mue suivante, c'est-à-dire pendant une année ; d'autre part, que l'ovaire transplanté chez un coq fait apparaître à la mue suivante la livrée de la poule. Cela posé, nous prenons un coq Leghorn doré en décembre et nous le soumettons à deux opérations simultanées :

a. Nous dépouillons, d'un côté seulement, les régions dorso-lombaire et caudale de leurs plumes caractéristiques ;

b. Nous transplantons dans un testicule un ovaire de poulette Leghorn (en la circonstance, nous avons choisi un ovaire Leghorn blanc).



Fig. 2. — Plumes des régions dorso-lombaires gauche et droite : 1, chez une poule; 2, chez le coq biparti; 3, chez le même avant l'expérience.

Résultats : Sur le ptéryle découvert, les bourgeons apparaissent au bout d'une quinzaine de jours, très différents des bourgeons normaux : extrémité bien sectionnée, noire au lieu de rouge. Après 6 semaines, la croissance des plumes est terminée. La région dorso-lombaire est nettement partagée en

deux moitiés dissemblables, la normale portant toujours les lancettes fauves, longues et effilées, caractéristiques ; l'autre, recouverte de plumes courtes à extrémité arrondie, en tout point semblables comme forme à celles de la poule, mais *plus foncées* à l'extrémité (*fig*. 2). Par contre, nous n'observons aucune modification chez les sujets pris comme témoins, coqs, chapons et poules qui, partiellement dépouillés mais non greffés, ont repris le plumage normal : la transformation locale du plumage est donc bien due à l'influence de l'ovaire introduit.

III. *Conclusion.* — Il est possible de réaliser le gynandromorphisme biparti chez les oiseaux en décalant artificiellement la mue et en faisant intervenir s'il y a lieu, la sécrétion interne ovarienne. Ce curieux phénomène ne s'oppose donc nullement à la théorie des hormones sexuelles comme on l'a cru parfois : bien au contraire, il la confirme et même, il apporte un argument de plus en faveur de la double potentialité du soma, établie par A. Pézard et récemment vérifiée par Zawadowsky.

A 16 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Chimie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Georges Lemoine* :

En première ligne	M. **Gabriel Bertrand**
En deuxième ligne ex æquo par ordre alphabétique . .	MM. **Émile Blaise** **Marcel Delépine**
En troisième ligne ex æquo par ordre alphabétique. .	MM. **Paul Lebeau** **Robert Lespieau** **Camille Matignon**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures et demie.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de janvier 1923 (*suite et fin*).

Les Moustiques. Mœurs et moyens de destruction, par E. Hegh. 2e édition, Bruxelles, Imprimerie industrielle et financière, 1921; 1 vol. 20cm. (Présenté par M. F. Mesnil.)

Tsetse-flies. Their characteristics. Distribution and bionomics with some account of possible methods for their control, by Major E. E. Austen and Emile Hegh, with a preface by The Earl Buxton. Londres, The imperial Bureau of entomology, 1922; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. F. Mesnil.)

Les marées et leur utilisation industrielle, par E. Fichot. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1923; 1 vol. 24cm. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Sophus Lie. Arhandlinger til Differentialligningernes Teori, publié par Friedrich Engel. Leipzig, Teubner, 1922; 1 vol. 25cm.

Atomes et électrons. Rapports et discussions du Conseil de physique tenu à Bruxelles du 1er au 6 avril 1921, sous les auspices de l'*Institut international de physique Solvay*, publiés par E. Tassel, P. Heger, Ch. de Keyser, J.-E. Verschaffelt, de Haarlem, de Broglie, W.-L. Bragg, L. Brillouin. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1923; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Brillouin.)

Traité d'océanographie, par de Schokolsky. Petrograd, Achmatoff, 1917; 1 vol. 27cm. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Alfred Cornu, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, ingénieur en chef des mines, 1841-1902. Rennes, Francis Simon, 1904; 1 vol, 25cm.

Bref och skrifvelser af och till Carl von Linné. Första afdelningen del VIII : *Bref till och från svenska enskilda personer kalm-laxman.* Utgifna och med upplysande noter försedda af J. M. Hulth. Uppsala, Almquist et Wiksells, 1922; 1 vol. 25cm.

Les rayons d'électricité positive et leur application aux analyses chimiques, par Sir J. J. Thomson, traduit par Fric et Corvisy. Paris, J. Hermann, 1923; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. G. Urbain.)

Les aliments de France et des colonies. Composition chimique. Valeur alimentaire. Tables d'analyses, par A. Balland. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1923; 1 fasc. 25cm.

Volumes moléculaires. Applications, par A. Leduc. Paris, Octave Doin, 1923; 1 vol. 18cm.

Blanchiment, teinture, impression, apprêts, par P. Lederlin. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1923; 1 vol. 23cm. (Présenté par M. Ch. Moureu.)

ERRATA.

—

(Séance du 19 février 1922.)

Note de M. *A. Weinstein*, Sur l'unicité des mouvements glissants :

Page 494, ligne 12, *au lieu de* $\zeta = \zeta + i\eta$, *lire* $\zeta = \xi + i\eta$; ligne 13, *au lieu de* $-1 \leqq \zeta \leqq 1$, *lire* $-1 \leqq \xi \leqq 1$; ligne 20, *au lieu de*

$$\left| \frac{\partial \theta(\zeta, \eta)}{\partial \zeta} \right| < \frac{2}{\pi} \qquad (-1 \leqq \zeta \leqq 1, \eta = 0),$$

lire

$$\left| \frac{\partial \theta(\xi, \eta)}{\partial \xi} \right| < \frac{2}{\pi} \qquad (-1 \leqq \xi \leqq 1, \eta = 0).$$

Note de MM. *Albert Portevin* et *François Le Chatelier*, Sur un phénomène observé lors de l'essai de traction d'alliages en cours de transformation :

Page 510, ligne 13, *au lieu de* 54 kg : mm², *lire* 45 kg : mm².